

**Die Induktion durch künstliche elektromagnetische
Längswellen (15–25 kHz) –
Anwendungen in der Prospektionsgeophysik unter
Berücksichtigung des Einflusses der
Erdoberflächenform und technischer Leitungsnetze**

Detlef Eberle

1970



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Die Induktion durch künstliche elektromagnetische
Längstwellen (15 - 25 kHz) -
Anwendungen in der Prospektionsgeophysik unter
Berücksichtigung des Einflusses der
Erdoberflächenform und technischer Leitungsnetze

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
des
Fachbereiches Geowissenschaften
der
Ludwig-Maximilians-Universität
München

vorgelegt
von
Detlef Eberle

August 1977

1. Griechisch

Buchstabe	Name	Laut- wert	Buchstabe	Name	Laut- wert	Buchstabe	Name	Laut- wert
Α α	Alpha	a	Ι ι	Iota	i	Ρ ρ	Rho	r
Β β	Beta	b	Κ κ	Kappa	k	Σ σς	Sigma	s
Γ γ	Gamma	g	Λ λ	Lambda	l	Τ τ	Tau	t
Δ δ	Delta	d	Μ μ	My	m	Υ υ	Ypsilon	y
Ε ε	Epsilon	ε	Ν ν	Ny	n	Φ φ	Phi	ph
Ζ ζ	Zeta	z	Ξ ξ	Xi	x	Χ χ	Chi	ch
Η η	Eta	ē	Ο ο	Omikron	ō	Ψ ψ	Psi	ps
Θ θ	Theta	th	Π π	Pi	p	Ω ω	Omega	ō



1. Berichterstatter: Prof. Dr. G. Angenheister

2. Berichterstatter: Prof. Dr. H. Soffel

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Januar 1978

Inhalt

1. Einführung	
1.1 Problemstellung	1
1.2 Vorstellung der Meßmethode	4
1.3 Die Induktionskurve	9
2. Der Induktionsvorgang im elektromagnetischen Feld von Radio-Längstwellen-Sendern	
2.1 Die Fortpflanzung der an einem Hertz'schen Dipol erregten Längstwellen	22
2.1.1 Die Strahlungsfelder des Dipols	22
2.1.2 Die Ausbreitungswege und die längs ihnen auftretende Abnahme der Feldstärke	26
2.2 Eigenschaften des linear polarisierten Dipol-Fernfeldes in der Atmosphäre und im Boden	
2.2.1 Herleitung und Lösung der Elektrodynamik- Wellengleichungen	32
2.2.1.1 Ebene Wellen im Vakuum	40
2.2.1.2 Ebene Wellen im Dielektrikum	40
2.2.1.3 Ebene Wellen im elektrisch leitfähigen Medium	43
2.2.2 Das magnetische Normal-Wechselfeld des elektrisch leitenden homogenen Halbraums	46
2.2.3 Eindringtiefe, Dispersion und Phase des magnetischen Normal-Wechselfeldes im elektrisch leitenden homogenen Halbraum	50
2.2.4 Frequenz-Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit der Gesteine bei 10 bis 30 kHz	55
2.3 Das magnetische, elliptisch polarisierte Gesamtfeld an der Erdoberfläche über einer gutleitenden Einlagerung im sonst homogenen Halbraum	57

2.3.1	Die Induktion des anomalen magnetischen Wechselfeldes durch eine laterale Inhomogenität der elektrischen Leitfähigkeit	57
2.3.2	Die Phase des anomalen magnetischen Wechselfeldes	60
2.3.3	Die Erkundungstiefe	64
2.3.4	Der lineare Zusammenhang zwischen den magnetischen Komponenten des Radio-Längswellenfeldes	67
2.3.5	Das magnetische, elliptisch polarisierte Drehfeld	
2.3.5.1	Die Zusammensetzung der Magnetfeld-Komponenten zum Drehfeld	71
2.3.5.2	Die Meßgrößen des Drehfeldes	75
2.3.5.3	Die Meßgrößen des Drehfeldes bei beliebiger Orientierung des elektrisch leitenden Mediums zum Normal-Wechselfeld	81
2.3.6	Aufbau, Arbeitsweise und Handhabung des Meßgerätes	86
3.	Der Einfluß der Geländeform auf die Ausbreitung des magnetischen Normal-Wechselfeldes	91
3.1	Meßbeispiele - Beobachtungen und erste Rückschlüsse	92
3.2	Physikalische Vorgänge, die bei unebener Gelände-Oberfläche zur Bildung anomaler magnetischer Wechselfeld-Anteile führen	98
3.2.1	Beugung ebener elektromagnetischer Längswellen an natürlichen Hindernissen der Erdoberfläche	101
3.2.2	Ortsstreuung - das RAYLEIGH-Kriterium	107
3.2.3	Reflexion und Durchgang ebener elektromagnetischer Wellen an einer Hangfläche	110

3.2.3.1	Die Längserstreckung des Berges verläuft senkrecht zur Sender-Empfänger-Richtung; der magnetische Normalfeld-Vektor ist senkrecht zur Einfallsebene polarisiert	110
3.2.3.2	Die Längserstreckung des Berges liegt in der Sender-Empfänger-Richtung; der magnetische Normalfeld-Vektor ist parallel der Einfallsebene polarisiert	115
3.2.3.3	Bedeutung der komplexwertigen Reflexionsvermögen r_p und r_s für die Längstwellen-Ausbreitung an einer geneigten Grenzfläche (Berghang)	118
3.3	Das magnetische elliptische Drehfeld am Hang	123
3.3.1	Quantitative Bestimmung der bei unebenem Gelände über elektrisch homogenem Untergrund entstehenden Kippwinkel- und Halbachsen-Verhältnis-Werte	123
3.3.1.1	Das komplexwertige Verhältnis $\frac{z_r}{\gamma_r}$ von magnetischer Vertikal- zu magnetischer Horizontalkomponente des Hang-Drehfeldes	123
3.3.1.2	Die Grenzflächen (ZENNECK) - Welle	131
3.3.1.3	Die Phase zwischen den Komponenten des Hang-Drehfeldes	135
3.3.2	Die Abhängigkeit des Kippwinkels ϑ_{top} von der Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstanten des elektrisch leitenden Untergrundes	138
3.3.3	Beliebige Orientierung von Geländestruktur und magnetischem Normal-Wechselfeld - Überprüfung der durch unebenes Gelände bedingten, theoretisch ermittelten Kippwinkel- und Halbachsen-Verhältnis-Werte durch Meßbeispiele	142

4.	Eigene Meß- und Interpretationsbeispiele aus der Prospektionsgeophysik mit Anwendungen der Berechnung des Geländeform-Einflusses und seiner Reduktion aus den Meßdaten	153
4.1	Ortung mineralisierter Zonen	
4.1.1	Blei-Zink-Erzlager am Rammelsberg bei Goslar	154
4.1.2	Blei-Zink-Flußspat-Vererzungen in der Serra do Cantinho, nördliches Minas Gerais, Brasilien	157
4.1.3	Mangan-Erz-Vorkommen in der Serra do Espinhaço, südliches Bahia, Brasilien	160
4.2	Erfassen geologisch-tektonischer Flächen	163
4.2.1	Der Rammelsberger Lagerhorizont und angrenzende Schichtflächen unterkarbonischer Sedimente westlich des Grane-Tales	163
4.2.2	Basische Gesteinskomplexe in der Serra do Espinhaço, Brasilien	167
4.3	Lokalisierung im Boden verlegter technischer Einrichtungen	173
4.3.1	Telefon-Kabel der Deutschen Bundespost	174
4.3.2	Kommunale und Fern-Wasser-Leitungen der Harz-Wasserwerke	177
4.3.3	Fern-Gasleitung der Ruhrgas A.G.	179
4.3.4	Der Gelenbeeker Stollen der Rammelsberger Grube	181

5. Anhang	
5.1 Berechnung des Neigungswinkels (Kippwinkel), den die große Ellipsen-Halbachse mit der Abszisse einschließt	183
5.2 Berechnung des Halbachsen-Verhältnisses der Polarisationsellipse	185
 Zusammenfassung	 188
Literatur	193
Danksagungen	
Lebenslauf	

1. Einführung

1.1 Problemstellung

Die zunehmende weltweite Rohstoff-Knappheit hat in allen Erdteilen zu einer Intensivierung der Prospektions-tätigkeit geführt. Unter dem Druck dieser Situation ist seitens der geologischen Landesanstalten und Bergwirt-schaftsunternehmen die Bereitschaft gestiegen, in der Lagerstätten-Prospektion auch geophysikalische Methoden einzusetzen, die nicht zu den "konventionellen" Verfah-ren der Gravimetrie, Geomagnetik, Seismik und Gleich-strom-Elektrik gehören.

Die Methode der Induktion mittels künstlicher elektromag-netischer Längswellen - im angelsächsischen Sprachge-brauch "V L F (very low frequency)-method" genannt - ist erst seit etwa zehn Jahren bekannt und befindet sich noch in einem Stadium, das zwischen der reinen physikalisch-technischen Erprobung und dem anwendungsorientierten, rou-tinemäßigen Einsatz bei Prospektionsarbeiten liegt. In der Literatur finden sich bisher nur vereinzelt Arbeiten über das Verfahren (PAAL, 1968; FRASER, 1969; RONKA, 1972 und PHILLIPS & RICHARDS, 1975), die sich vorwiegend in einer qualitativen Beschreibung des Verfahrens und ebenso gear-teten Hinweisen für die Auswertung der Messungen erschöpfen.

Die Idee, die von elektromagnetischen Schwingungen aus dem Wellenlängen-Bereich 10 - 30 km im Untergrund induzierten Felder an der Erdoberfläche zu messen, ließ sich seit 1965 nach dem Entwurf und der Herstellung eines für den Ge-ländeeinsatz geeigneten Meßgerätes verwirklichen. Die kana-dischen Herstellerfirmen liefern das Gerät zwar zusammen mit einer Bedienungsanweisung aus, doch mangelte es immer wieder, insbesondere im Verlauf der Auswertung, an der Kennt-nis des wahren Zusammenhanges zwischen den Meßgrößen - einer Winkel- und Phasen-Ablesung - und dem hier vorherrschenden physikalischen Effekt - der elektromagnetischen Induktion

im räumlich ausgedehnten, elektrisch leitenden Medium. Deshalb werden im ersten Teil der vorliegenden Arbeit die physikalischen Beziehungen der beiden Meßgrößen zu dem im Untergrund auftretenden Induktionsvorgang untersucht und quantitativ formuliert.

Die erste in Mitteleuropa über den lokalen Rahmen hinausgehende Vermessung mit der Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen wurde auf einer Fläche von 60 km^2 an 10 000 Meßpunkten im Raum Goslar-Langelsheim-Hahnenklee (Niedersachsen) im Devon-Trog des NW-Harzes von der Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe und dem Niedersächsischen Landesamt für Bodenforschung mit dem Ziel ausgeführt, Indikationen für eine westliche Fortsetzung des Rammelsberger Blei-Zink-Sulfid-Vorkommens zu orten (EBERLE, 1975b). Bei den Auswertearbeiten zu diesen Messungen zeigte es sich, daß das Mittelgebirgsrelief des Untersuchungsgebietes mit Höhendifferenzen von 300 m zwischen den Bergkuppen und den Tälern die Meßwerte nachteilig beeinflusste.

Die erhebliche Einflußnahme der Geländeform auf die Messungen, die zuvor lediglich in einer Arbeit von WHITTLES (1969) Erwähnung fand, bildete den Ausgangspunkt für den zweiten Teil der vorliegenden Arbeit. Da in vielen Fällen die durch die Geländeform verursachten Anomalien dem Auswerter eine Anomalie gesuchter lateraler Leitfähigkeitsänderungen vortäuschen, wurde die Reduktion des Geländeform-Anteils aus den Meßdaten unbedingt erforderlich, um eine Fehldeutung des Meßmaterials zu vermeiden. Es stellte sich das Problem, das an einem Hang aus einfallendem und reflektiertem Feld existierende Interferenzfeld zu bestimmen und aus diesem die ausschließlich durch die Geländeform verursachten Winkel- und Phasen-Werte quantitativ abzuleiten.

Im dritten Teil dieser Arbeit werden das im vorangehenden Teil entwickelte Verfahren zur Bestimmung des Geländeform-Einflusses an Meßbeispielen aus Niedersachsen und Brasilien überprüft und angewandt sowie weitere Meßbeispiele vorgestellt, die die verschiedenen Einsatzmöglichkeiten der diskutierten Meßmethode unter Beweis stellen. Diese reichen sogar bis zur Ortung im Boden verlegter Versorgungseinrichtungen (Telefonkabel, Wasserleitung, Pipeline etc.).

1.2 Vorstellung der Meßmethode

Der Gedanke, für die Prospektionsgeophysik elektromagnetische Signale des Frequenz-Bereiches von 10 kHz bis 5000 kHz auszunutzen, in dem zahlreiche staatliche, kommerzielle und Amateur-Sender arbeiten, ist nicht ganz neu. Bereits in den Jahren zwischen 1930 und 1940 wurden von FELDMAN (zitiert bei HEILAND, 1963, S. 653 f.) Versuche unternommen, die Polarisation, die die Radio-Wellen durch den Einfluß des elektrisch leitenden Untergrundes erfahren, hinsichtlich der Bestimmung der elektrischen Eigenschaften des Bodens und der Prospektion auf mineralisierte Zonen zu verwenden. Dabei wurden am Boden bewegbare Sender mit schwacher Strahlungsleistung sowie unförmige Empfangsantennen eingesetzt (HEILAND, 1963, S. 773 ff.). Diese Methode litt an der Unhandlichkeit, der aufwendigen Energie-Versorgung wie auch an ihrer geringen Erkundungstiefe.

Erst die vor kurzem erfolgte Entwicklung handlicher und zuverlässig arbeitender Meßgeräte ließ die Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer (EM) Längswellen vor allem in Nordamerika verbreitet bei bodengeophysikalischen Untersuchungen zur Anwendung kommen. Das Neuartige gegenüber den früheren Entwicklungen besteht darin, daß auf die Erzeugung eines eigenen induzierenden Feldes verzichtet wird. Anstelle dessen wird das Wechselfeld, das von starken, für die Kommunikation mit U-Booten im Frequenz-Bereich 15 - 25 kHz betriebenen ortsfesten Sendern ausgestrahlt wird, als den Untergrund anregende, primäre elektromagnetische Quelle "zweckentfremdet" ausgenutzt. Die Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen wird deshalb als passive Induktionsmethode im Vergleich zu den aktiven bezeichnet, bei denen die eigene Erzeugung des induzierenden Primär-

feldes ein wesentlicher Teil des Funktionsprinzips ist. Die Sendeleistungen der Längstwellen-Stationen betragen zwischen 100 und 1000 kW, so daß große Reichweiten bis zu 8000 km erzielt werden und der Einsatz der Methode in nahezu allen Erdteilen möglich ist. Die nachstehende Tabelle 1 gibt eine Aufstellung der über 100 kW starken Sender.

Die aus dem Vokabular der Radio-Technik stammende Bezeichnung "V L F" ist für den Geophysiker irreführend, denn bei den geophysikalischen Verfahren, die sich der elektromagnetischen Induktion durch natürliche erdmagnetische Variationen oder durch eigene künstlich erzeugte Felder bedienen, werden solche von höchstens 1 Hz bzw. von allgemein 100 bis 5000 Hz verwendet. Aus der Sicht der Geophysik böte sich die Abkürzung "V H F" (very high frequency) an, die aber bereits in der Fernseh-Technik eine andere Bedeutung erhalten hat.

Da sich ein Untersuchungsgebiet ganz selten in unmittelbarer Nähe eines dieser Längstwellen-Sender befinden wird, kann das ausgestrahlte Wechsel-Feld am Empfangsort als homogen und eben angesehen werden. Bei Vorhandensein von lateralen Inhomogenitäten der elektrischen Leitfähigkeit des Bodens werden zusätzliche sekundäre oszillierende Magnetfelder erzeugt, die sich dem homogenen Primärfeld überlagern und sich in der Phase vom Primärfeld unterscheiden. Durch die Überlagerung zweier Felder gleicher Frequenz, aber verschiedener Phase ist das magnetische Gesamtfeld in der Nähe einer lateralen Leitfähigkeitsänderung elliptisch polarisiert.

Wie in der vorgelegten Arbeit dargestellt wird, läßt sich mit den neueren Meßinstrumenten der Tangens des Kippwinkels ("tilt"- oder "dip-angle") der großen Ellipsen-Halbachse gegen die Horizontale und das Halbachsen-Verhältnis

der Polarisationsellipse bestimmen. Es wird gezeigt, daß die Ermittlung dieser zwei Meßgrößen durch eine Messung des induzierten anomalen vertikalen Magnetfeldes nach seinem Real ("in-phase")-Teil, der mit der Phase des Gesamtfeldes übereinstimmenden Komponente, und nach seinem Imaginär ("out-of-phase" oder "quadrature")-Teil, der um 90° von der Phase des Gesamtfeldes abweichenden Komponente, ermöglicht wird.

In den Abb. 1a und 1b ist eine Anomalie des künstlichen elektromagnetischen Längstwellenfeldes aufgezeichnet. Der Tangens des Kippwinkels ϑ durchläuft in der Abb. 1b von W nach E zwei gleich starke Extremwerte entgegengesetzten Vorzeichens. Das Halbachsen-Verhältnis q hat ebenfalls zwei Extremwerte, die wie hier in Abb. 1b meist dem Betrage nach kleiner sind. Die Maximum-Minimum-Abfolge der Halbachsen-Verhältnis-Kurve ist umgekehrt zu der der Tangens ϑ -Kurve. Man spricht deshalb von einer im Real- und Imaginär-Teil gegenläufigen Anomalie. Doch werden auch Anomalien beobachtet, bei denen die Maximum-Minimum-Abfolge im Real- und Imaginär-Teil gleich ist (s. z.B. Abb. 40c). Der gemeinsame genau in der Mitte zwischen den Extremwerten befindliche Null-Durchgang der Tangens ϑ - und q -Kurve gibt die Position des elektrisch gutleitenden Mediums an, in dem das anomale oszillierende Magnetfeld induziert wird. Die Anomalie der Abb. 1b wurde im brasilianischen Bundesstaat Rio Grande do Sul, nahe der Gemeinde São Sepé, 100 m W der Bundesstraße BR-392, vermessen. Als induzierendes Längstwellenfeld wurde das des Senders NAA (vgl. Tab. 1) benutzt, der vom Meßort ca. 7500 km entfernt ist.

Die handelsüblichen Meßgeräte besitzen nur die Größe und das Gewicht eines einfachen Koffer-Radios (s. Abb. 2) und lassen sich deshalb äußerst bequem überall hintransportieren. Da die Strom-Versorgung durch einen kleinen Batte-

Station	Geographische Lage	Frequenz	Leistung	von mir für Prospektions- messungen in folgenden Län- dern benützt
		kHz	kW	
FUO	Bordeaux, Frankreich 00°48'W 44°65'N	15.1	500	Europa, Brasilien
EWB	Odessa, U.d.S.S.R. 33°46'E 44°57'N	15.6	500	
GBR	Rugby, Großbritannien 01°11'W 52°22'N	16.0	750	Europa, Brasilien
JXZ	Helgeland, Norwegen 13°01'E 66°25'N	16.4	350	Europa
UMS	Moskau, U.d.S.S.R. 37°18'E 55°49'N	17.1	1000	Europa
NAA	Cutler, Maine, U.S.A. 67°17'W 44°39'N	17.8	1000	Europa, Brasilien
NLK	Seattle, Washington, U.S.A. 121°55'W 48°12'N	18.6	300	kanadische Arktis
PKX	Malabar, Java, Indo- nesien 106°55'E 06°20'S	18.98	162	
GBZ	Dumfries, Großbritan- nien 03°30'W 55°00'N	19.6	500	Europa
ICV	Tavolara, Italien 12°31'E 41°54'N	20.27	500	
NWC	North West Cape, Australien 114°10'E 21°49'S	22.3	1000	
NPM	Lualualei, Hawaii, U.S.A. 158°09'W 21°25'N	23.4	300	
NBA	Balboa, C.Z., Panama 79°39'W 09°04'N	24.0	150	Brasilien

Tabelle 1: Aufstellung der stärksten Sender im Längstwellen-Bereich (nach Angaben des U.S. Naval Observatory, Washington, D.C. sowie der Firmen Geonics und Scintrex, Kanada).

Abb. 1a Anomalie des künstlichen elektromagnetischen Längstwellenfeldes. Die zwei Meßgrößen, der Tangens des Kippwinkels ϑ ($\tan \vartheta$) und das Halbachsen-Verhältnis q der Polarisationsellipse, sind längs eines Profils quer zum Streichen eines Gesteinskörpers der Leitfähigkeit σ aufgetragen. Unter der $\tan \vartheta$ - und q -Kurve ist die Stellung eines gebräuchlichen Zwei-Spulen-Gerätes gezeichnet, in der der Operator die Meßwerte mittels akustischer Null-Abstimmung ermittelt. Direkt über dem leitfähigen Körper sind $\tan \vartheta = 0$ und $q = 0$.

— Meßrichtung —→

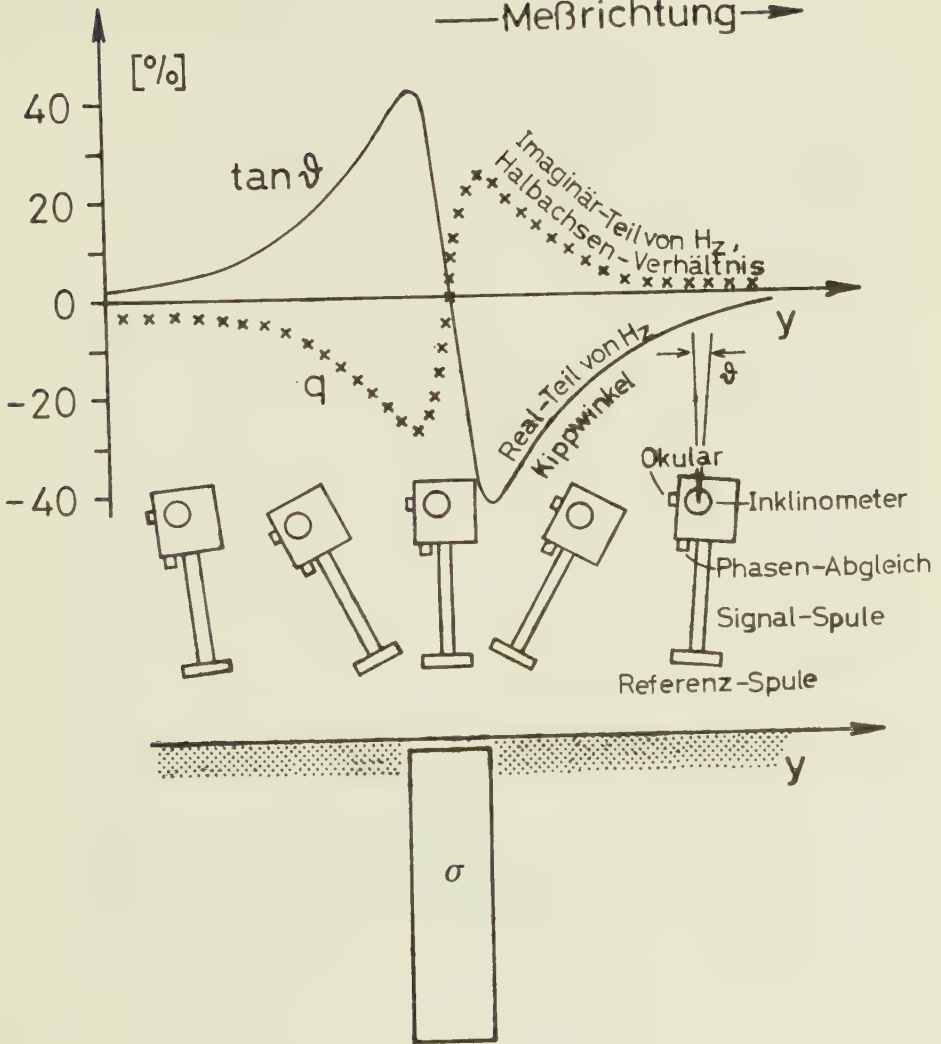
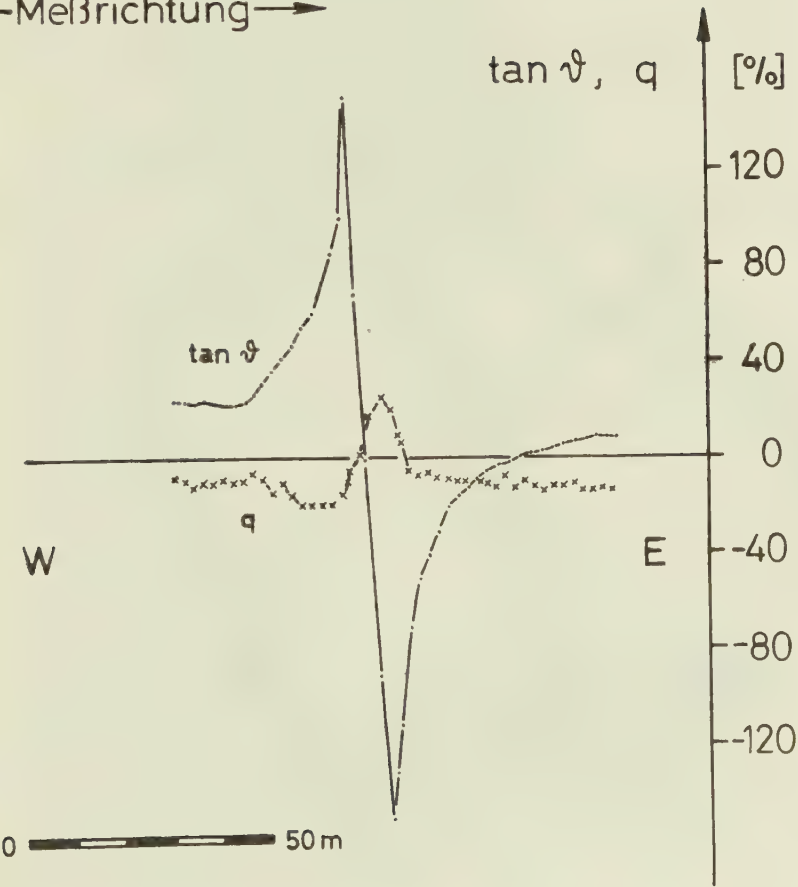


Abb. 1b Gemessene Anomalie eines künstlichen elektromagnetischen Längswellenfeldes (Município de São Sepé, Rio Grande do Sul, Brasilien - 100 m westlich der Bundesstraße BR-392).

Sender NAA, 22.11.76

→ Meßrichtung →



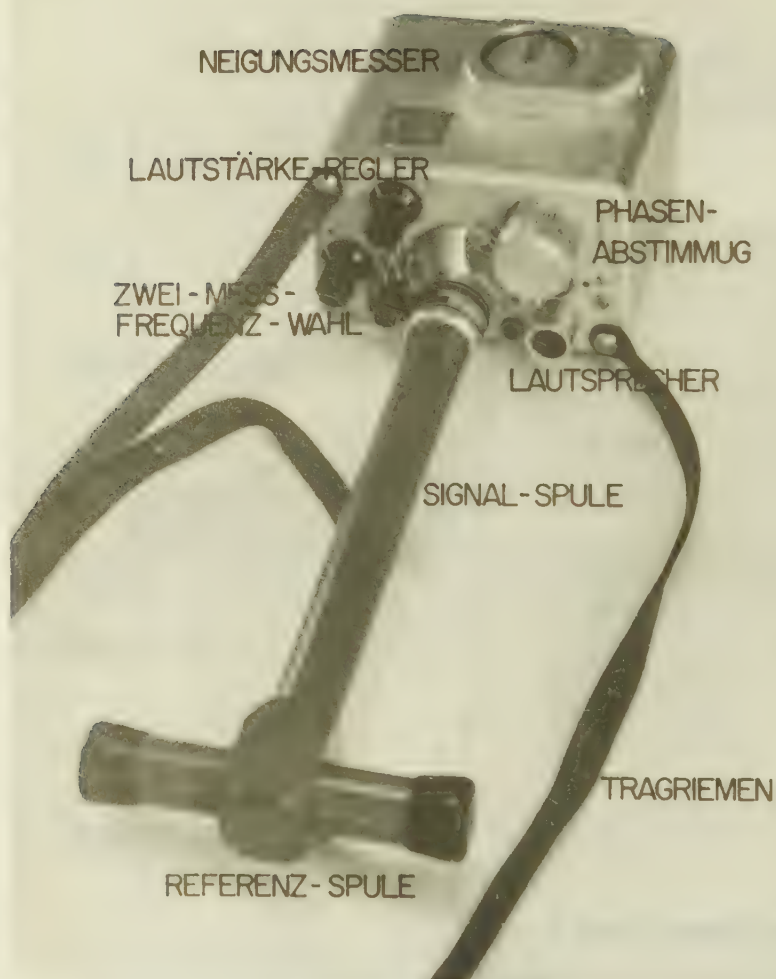


Abb. 2 Zwei-Spulen-Instrument zur Messung der durch künstliche elektromagnetische Längswellen (Frequenz 15 - 25 kHz) in leitfähigen Gesteinskörpern des Erduntergrundes induzierten Magnetfelder.

Die Länge der Referenz-Spule beträgt 13 cm, die der Signalspule 30 cm.

rie-Satz erfolgt und keine Empfangsantennen verlegt werden müssen, lassen sich Messungen auch in sehr unzugänglichem Gelände ausführen. Eine Messung läßt sich binnen kurzem mit Hilfe eines kleinen eingebauten Lautsprechers in unkomplizierter Weise ausführen: Das Meßgerät wird bei gleichzeitiger Regelung eines Potentiometers für den Phasen-Abgleich so weit gekippt, bis der Lautsprecher-Pfeifton nicht mehr zu hören ist. Ein geübter Operator benötigt dafür nur ca. eine halbe Minute. So können bei dichtem Meßpunkt-Abstand (≤ 20 m) und vergleichsweise geringem Zeitaufwand eine Vielzahl von Daten (bis zu 400 Meßpunkte/Tag) und große Beträge an Meßstrecken (4 - 8 km/Tag) im Verlauf jeder Meßkampagne erworben werden.

Diese Eigenschaften haben der Methode der Induktion durch künstliche elektromagnetische Längswellen in den zurückliegenden Jahren immer mehr den Ruf einer raschen, billigen und einfach auszuführenden Vorausmethode der Mineralexploration eingebracht. Das bedeutet, daß die Methode bei der Erkundung geologisch wenig oder nicht bekannter Gebiete eingesetzt wird, um lagerstättenhöffige Bezirke einzuengen. Ferner wird sie bevorzugt zu Folge-Arbeiten ("ground-follow-up") luft-elektromagnetischer Vermessungen benutzt, um im Gelände präzise die elektrisch leitfähigen Störkörper zu lokalisieren, deren aus der Luft vermessene Anomalien zu weiteren, eingehenderen Untersuchungen veranlassen. Auch in die Prospektionsgeophysik hat die Methode der Längswellen-Induktion Zugang gefunden. In den kanadischen archaischen Schildgebieten gelang insbesondere das Orten gangförmiger sulfidischer Vererzungen (PATERSON & RONKA, 1969; FRASER, 1969). Im zentralbrasilianischen Bergland wurde die Methode in Kombination mit anderen elektromagnetischen Verfahren in verschiedenen geologischen Situationen - sowohl bei diskordant verlaufenden mineralisierten Zonen als auch bei schichtgebundenen Mineralisationen - angewandt (HAGEN &

ULRICH, 1974; HAGEN, RICHTER & ULRICH, 1974).

Parallel zu dieser Entwicklung sind einige Geräte-Versionen konstruiert worden, die für den Einsatz von Tragflächen-Flugzeugen und Hubschraubern bestimmt sind (E-Phase, Radiophase). Da diese wie die am Boden eingesetzten Instrumente das Längstwellen-Wechselfeld als induzierendes Primärfeld verwenden, ist am Flugkörper oder in einer von diesem nachgeschleppten Sonde ("bird") nur die Installation eines Empfänger-Teils erforderlich. Das bringt gegenüber den Airborne-Ausführungen der aktiven Induktionsmethoden geringeren instrumentellen Aufwand, weniger Energie- und Raumbedarf und Ausschaltung der Stör- und Fehlerquellen, die sich allein aus der Erfordernis ergeben, das Primärfeld während des Fluges zu erzeugen und abzustrahlen.

In neuester Zeit sind Airborne-Mehrfach-Frequenz-Geräte eingeführt worden, mit denen gleichzeitig im Längstwellen (V L F)-, Langwellen (L F)- und Mittelwellen (M F)-Bereich gemessen werden kann, sofern im Untersuchungsgebiet Sender aus diesen drei Frequenz-Bändern empfangen werden können (BARRINGER, 1973). Infolge der zusätzlichen Messungen mit höheren Frequenzen wird eine bessere Auflösung innerhalb der oberflächennahen Schichten erzielt.

1.3 Die Induktionskurve

Die Induktionskurve, die durch die Koppel ("response")-Funktion bestimmt wird, beschreibt die Intensität der elektromagnetischen Anregung einer im Untergrund befindlichen elektrisch leitenden Einlagerung in Abhängigkeit von Variablen, die durch das Meßsystem sowie durch die elektrischen und geometrischen Eigenschaften des leitfähigen Mediums vorgegeben sind. Anhand der Induktionskurve können das Amplituden- und das Phasenverhalten der Induktionsströme in elektrisch leitfähigen Körpern untersucht werden. Als Variable der Koppelfunktion erscheint der dimensionslose Induktionsparameter θ .

Um den Induktionsparameter in seiner einfachsten Form zu bestimmen, stelle man sich das aus Sender und Empfänger bestehende Meßsystem in Gestalt zweier Spulen vor, während das elektrisch gut leitende Medium im Untergrund ersatzweise durch einen Stromkreis mit Ohmschen Widerstand R und Selbstinduktivität L dargestellt sei. Für diese Modell-Vorstellung ist es unerheblich, ob das ausgestrahlte elektromagnetische Feld die Eigenschaften eines Dipol- oder eines homogenen ebenen Feldes besitzt, d.h. ob das leitfähige Medium höchstens einige hundert Meter vom Sender entfernt ist oder sich in einer Distanz von mehreren hundert Kilometern vom Sender befindet.

Im Sender fließe ein Wechselstrom $I_0 e^{i\omega t}$, der in seiner Umgebung ein zeitlich variables Magnetfeld erzeugt. Dieses Magnetfeld induziert seinerseits gemäß dem Faraday'schen Gesetz in dem Empfänger eine Spannung.

$$U_{21} = - M_{02} \frac{d}{dt} I_0 e^{i\omega t} = - i\omega M_{02} I_0 e^{i\omega t}$$

und im Untergrund die Spannung

$$U_{12} = -i \omega M_{01} I_0 e^{i \omega t},$$

wobei M_{01} und M_{02} die Wechsel-Induktivitäten zwischen Sender und leitfähigem Medium bzw. Empfänger bilden. Zu U_{12} muß noch der Spannungsabfall gerechnet werden, der entsteht, wenn im Untergrund der Strom $I_1 e^{i(\omega t + X)}$ fließt:

$$U_{12}' = - (R + i \omega L) I_1 e^{i(\omega t + X)}.$$

Da die Summe aus U_{12} und U_{12}' gleich Null sein muß, wird der im Untergrund induzierte, um eine Phase X verschobene Wechselstrom zu

$$I_1 e^{i(\omega t + X)} = - \frac{i \omega M_{01}}{R + i \omega L} I_0 e^{i \omega t}$$

$$I_1 e^{i(\omega t + X)} = - \frac{M_{01}}{L} \frac{i \omega L (R - i \omega L)}{R^2 + \omega^2 L^2} I_0 e^{i \omega t}.$$

Das Magnetfeld des im Untergrund fließenden Wechselstromes induziert im Empfänger die Spannung

$$U_{22} = -i \omega M_{12} I_1 e^{i(\omega t + X)}.$$

M_{12} ist die wechselseitige Induktivität zwischen elektrisch leitendem Medium und Empfänger. In den meisten Fällen wird am Empfänger die "anomale" Spannung U_{22} mit der Spannung U_{21} , der direkt vom Primärfeld im Empfänger induzierten Spannung, verglichen, so daß das Verhältnis

$$\frac{U_{22}}{U_{21}} = \frac{i \omega M_{12} I_1 e^{i(\omega t + X)}}{i \omega M_{02} I_0 e^{i \omega t}} = - \frac{M_{01} M_{12}}{M_{02} L} \frac{\frac{i \omega L}{R} (1 - \frac{i \omega L}{R})}{1 + (\frac{\omega L}{R})^2}$$

gemessen wird. Benutzt man die Abkürzung $\theta = \omega L/R$, so folgt

$$\frac{U_{22}}{U_{21}} = - \frac{M_{01} M_{12}}{M_{02} L} \left(\frac{\theta^2 + i\theta}{1 + \theta^2} \right)$$

Diese Beziehung ist das Produkt zweier Größen. Die erste,

$$g = - \frac{M_{01} M_{12}}{M_{02} L},$$

ist ein von der Aufstellung Sender-Empfänger-leitfähiges Medium festgelegter Koeffizient, der die Geometrie des Gesamtfeldes beschreibt (GRANT & WEST, 1965). Die zweite, die komplexe Funktion

$$f(\theta) = \frac{\theta^2 + i\theta}{1 + \theta^2},$$

wird als Koppel ("response")-Funktion bezeichnet. Die dimensionslose Variable $\theta = \frac{\omega L}{R}$ ist der Induktionsparameter der einfachen Modellvorstellung einer innerhalb des elektrisch leitenden Mediums gebildeten Stromschleife.

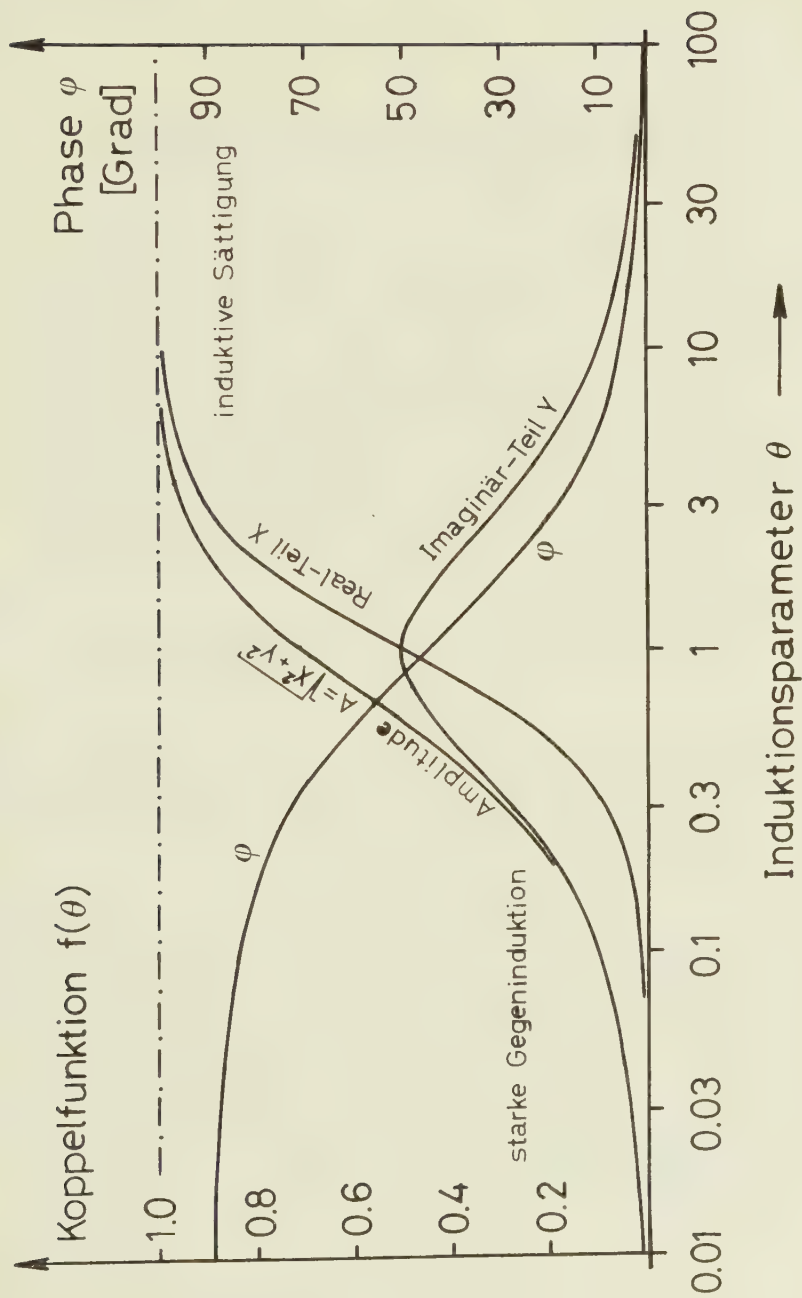
Von der Funktion $f(\theta)$ werden die Eigenschaften des leitfähigen Mediums in Abhängigkeit von der Frequenz des Wechselfeldes angegeben, das dem Untergrund durch das Meßsystem aufgeprägt wird. $f(\theta)$ läßt sich getrennt nach Real- und Imaginär-Teil berechnen. Die Funktion ist in Abb. 3 aufgetragen und hat zwei Grenzwerte:

1. Für sehr große Werte des Induktionsparameters ($\omega L \gg R$) strebt die Koppel-Funktion gegen einen reellen oberen Grenzwert

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} f(\theta) = 1.$$

Es besteht maximale Kopplung zwischen dem Meßsystem und

Abb. 3 Koppel("response")-Funktion $f(\theta) = X(\theta) + iY(\theta)$
eines elektrisch leitfähigen Mediums mit einem elektro-
magnetischen Wechselfeld.



dem im Untergrund gelagerten gutleitenden Medium. Das gemessene Spannungsverhältnis ist dann

$$\frac{U_{22}}{U_{21}} \approx g$$

Man bezeichnet diesen Fall als den der induktiven Sättigung. Die Koppel-Funktion hat hierbei nur eine Real-Komponente, da der Imaginär-Teil etwa gleich Null ist. Die Stärke des Meßsignals wird nur von der räumlichen Anordnung Sender-Empfänger-leitfähiges Medium und den dadurch festgelegten Verlauf der Kraftlinien des elektromagnetischen Gesamtfeldes im Untergrund bestimmt. Vor allem gehen in das gemessene Spannungsverhältnis U_{22}/U_{21} die geometrischen Eigenschaften des leitfähigen Mediums, wie Streichen, Einfallen, Teufe der Oberkante und Erstreckung in Streichrichtung ein.

2. Wenn θ sehr klein ist ($\omega L \ll R$), nimmt die Koppel-Funktion einen unteren imaginären Grenzwert an.

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} f(\theta) = i\theta$$

Dieser Grenzfall wird hauptsächlich von dem Ohmschen Widerstand R des elektrisch leitfähigen Mediums bestimmt. Das gemessene Spannungsverhältnis ist

$$\frac{U_{22}}{U_{21}} \approx g \frac{i\omega L}{R} = - \frac{M_{01}M_{12}}{M_{02}} \frac{i\omega}{R}$$

U_{22}/U_{21} ist im Vergleich zu dem bei induktiver Sättigung gemessenen Verhältnis sehr klein, zu der Frequenz des anregenden Feldes proportional und gegenüber diesem um 90° phasenverschoben. Die Amplitude des gemessenen Spannungsverhältnisses ist wegen der starken Gegeninduktion sehr klein. Die Meßgenauigkeit des elektromagnetischen Meßsystems ist häufig nicht hoch genug, um das Meßsignal noch erkennen zu können.

Zwischen diesen beiden Grenzwerten haben die Amplitude

$$A = (X^2 + Y^2)^{1/2}$$

$$(X: \text{Real-Teil } \frac{\theta^2}{1 + \theta^2} ; Y: \text{Imaginär-Teil } \frac{\theta}{1 + \theta^2})$$

der Koppel-Funktion $f(\theta)$ und ihre Phase

$$\varphi = \arctan \left(\frac{1}{\theta} \right)$$

die in Abb. 3 eingetragene Abhängigkeit vom Induktionsparameter θ . Im Bereich der starken Gegeninduktion steigt die Amplitude A nahezu linear und nähert sich mit großen Werten von θ asymptotisch dem Grenzwert bei induktiver Sättigung. Die Phase φ fällt dagegen mit zunehmenden Induktionsparameter-Werten stetig von 90° auf 0° . Sie ist gleich 45° , wenn die Amplitude A das $\frac{\sqrt{2}}{2}$ -fache des Grenzwertes bei induktiver Sättigung erreicht. An diesem Punkt nimmt der Imaginär-Teil Y der Koppel-Funktion sein Maximum ein.

Der Induktionsparameter kann in eine speziellere, nur für eine bestimmte Gestalt des elektrisch leitfähigen Mediums gültige Form überführt werden, wenn er aus der Geometrie des angeregten, elektrisch leitenden Körpers und seinen Materialkonstanten, der Leitfähigkeit σ und der Permeabilität μ , berechnet wird. Für den Induktionsparameter leitfähiger Körper, die komplizierter aufgebaut sind als der Halbraum, entnimmt man der Literatur (WARD, 1967; KERTZ, 1969) folgenden allgemeinen Ausdruck

$$\theta = (\mu \sigma \omega)^{1/2} \cdot G ,$$

wobei σ die Leitfähigkeit des homogenen elektrisch leitenden Körpers, $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz des Meßsystems, G eine charakteristische Länge des leitfähigen Körpers, z.B. der Radius von Kugel oder Zylinder, und $\mu = \mu_0 \mu_r$ die Permeabilität des elektrischen Störkörpers ist. (Im hier benutzten MKSA-System ergibt sich μ aus dem Produkt der dimensionslosen relativen Permeabilität μ_r und der Induktionskonstanten $\mu_0 = 1.256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.) θ ist nicht nur von den physikalischen Eigenschaften des Störkörpers abhängig, sondern auch von dessen geometrischer Abmessung.

Unter der Annahme, daß die Gesteine keine oder nur eine geringe Magnetit-Beimengung enthalten, können $\mu_r \approx 1$ und $\mu \approx \mu_0$ gesetzt und als konstant angesehen werden.⁺⁾

$$\theta \approx 10^{-3} (\sigma \omega)^{1/2} G$$

^{+) Um den Einfluß des Magnetit-Gehaltes auf die Permeabilität eines Gesteins abschätzen zu können, sei hierzu eine von PUZICHA (zitiert bei NIGGLI, 1948, S. 466) und RÖSSIGER (1943) genannte Formel für kugelförmige magnetisierte Körner mit der Suszeptibilität κ_0 und einem Volumenanteil v (von 0 bis 1 laufend) erwähnt.}

$$\kappa = \frac{\kappa_0}{1 + \frac{4\pi}{3} \kappa_0 (1 - v)}$$

Für hohe κ_0 -Werte, wie sie für Magnetit üblich sind (1 - 5 e.m.u.), wird im Mittel die Suszeptibilität κ des Gesamt-Volumens $\approx 0.25 v$. Bei einem Neben-Gemengteil an Magnetit von 1 % ($v = 0.01$), den viele basische Gesteine (z.B. Gabbro, Basalt) enthalten, ist $\kappa \approx 0.0025$ e.m.u. = $2500 \cdot 10^{-6}$ e.m.u., also $\mu_r = 1 + 4\pi \cdot 0.0025 = 1.03142$ und

$$\mu = \mu_0 \mu_r = 1.256 \cdot 10^{-6} \cdot 1.03142 \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = 1.2955 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}.$$

Die absolute Permeabilität des Gesteins erhöht sich bei einem einprozentigen Magnetit-Volumen-Gehalt um ca. 3 %.

In Tab. 2 sind einige Induktionsparameter zusammengestellt, die WARD (1967) für geometrisch-einfache Körper angibt.

Modell	Art des anregenden Feldes	θ^2
Kugel	homogen	$\omega \mu \sigma r^2$
Unendlicher horizontal erstreckter Kreiszylinder	homogen	$\omega \mu \sigma r^2$
Dünne Scheibe	homogen	$\omega \mu \sigma d r$
Elektrisch leitender, ungeschichteter homogener Halbraum	Dipol	$\omega \mu \sigma (s^2 + h^2)$
Elektrisch leitende homogene Schicht oder dicke Platte	Dipol	$\omega \mu \sigma d (s^2 + h^2)^{1/2}$

Tab. 2 Induktionsparameter geometrisch einfacher Modelle
(ω : Kreisfrequenz des Meßsystems; s : Sender-Empfänger-Distanz;
 r : Radius des elektrisch leitenden Körpers; d : Mächtigkeit
des elektrisch leitenden Körpers; h : Höhe des Meßsystems
über dem elektrisch leitenden Körper).

Man erkennt, daß die Induktionsparameter für Körper, in denen die Induktionsströme durch homogene, ebene Wechselfeder angeregt werden, ausschließlich von den physikalischen und geometrischen Eigenschaften der elektrisch leitenden Körper bestimmt werden, während bei Anregung durch das inhomogene Dipolfeld zusätzlich Größen des Meßsystems, wie die Sender-

Empfänger-Distanz s und die Höhe h des Meßsystems über dem elektrisch leitenden Medium, in den Induktionsparameter eingehen. Bei sämtlichen Modellvorstellungen erweist sich der Induktionsparameter als ein Produkt aus

- den bekannten Größen ω (Kreisfrequenz des Meßsystems) und s (Sender-Empfänger-Distanz)
- sowie den gesuchten Größen des elektrisch leitenden Körpers, der Leitfähigkeit σ ,
des Radius r ,
der Mächtigkeit d
und des vertikalen Abstandes h zwischen elektrisch leitendem Körper und Meßsystem.

Anhand des Induktionsparameters lassen sich

- das unbekannte Produkt aus Leitfähigkeit und Querschnittsfläche bzw. aus Leitfähigkeit und Mächtigkeit des elektrisch gutleitenden Mediums (das sogenannte Leitfähigkeit-Dicke-Produkt (LDP)) ermitteln sowie
- die Kreisfrequenz ω und gegebenenfalls der Sender-Empfänger-Abstand s der verfügbaren Meßsysteme unter Berücksichtigung der geologischen Situation so einrichten, daß der Induktionsparameter des gesuchten elektrisch leitenden Mediums den Wert annimmt, bei dem die Koppelfunktion $f(\theta)$ ihren maximalen Imaginär-Wert Y hat (s. Abb. 3).

Durch Veränderung der Kreisfrequenz ω bzw. des Produktes aus Kreisfrequenz und Sender-Empfänger-Abstand s kann der Wert des Induktionsparameters so reguliert werden, daß das zu erwartende Meßsignal bestimmter geologischer Körper, z.B. des hochohmigen Nebengesteins in den Bereich der starken Gegeninduktion gerät, wo seine Amplitude sehr geschwächt ist und im Rahmen der Meßgenauigkeit nicht mehr empfangen wird, und das einer gutleitenden Deckschicht in den

Bereich der induktiven Sättigung fällt, in dem entsprechend dem Verlauf der Koppelfunktion der Realteil des komplexwertigen Meßsignals sehr viel größer ist als sein Imaginärteil. Der Induktionsparameter des gesuchten gang- oder schichtförmigen mineralisierten gutleitenden Mediums ist dann optimal gewählt, wenn mit ihm der Imaginärteil Y der Koppelfunktion seinen Maximalwert hat und der Realteil X sich im Intervall seiner größten Änderungsraten dX befindet.

Da das Verhältnis X/Y wieder den Induktionsparameter liefert

$$X/Y = \theta ,$$

kann aus dem Verhältnis der gemessenen komplexwertigen Anomalien-Extremwerte der Induktionsparameter θ ermittelt und anschließend mit diesem θ -Wert das Leitfähigkeit-Dicke-Produkt des Modells berechnet werden, das der geologischen Situation am besten entspricht.

$$LDP = \frac{\theta^2}{\mu \omega s}$$

Aus der Vergrößerung der Kreisfrequenz ω , bzw. des Produktes aus der Kreisfrequenz und des Sender-Empfänger-Abstandes s über den optimalen Wert hinaus resultiert ein unerwünschter besserer Empfang von Störsignalen, die durch die Inhomogenitäten der hochohmigen Untergrund-Bereiche bewirkt werden. Anhand des LDP kann keine Unterscheidung mehr zwischen den Anomalien getroffen werden, die von der gesuchten leitfähigen Mineralisation und den lateralen Inhomogenitäten der elektrisch leitenden Deckschicht verursacht werden, da diese dann sämtlich aus dem Bereich der induktiven Sättigung kommen.

Da sich bei allen gebräuchlichen elektromagnetischen Meßsystemen die Kreisfrequenz ω und der Sender-Empfänger-Abstand s nicht beliebig variieren lassen, sondern nur in einem durch die Methodik und Konzeption vorgegebenen,

meist engen Rahmen geändert werden können, gewinnt jedes Meßverfahren seine spezifischen Merkmale. Wie noch w.u. im Abschnitt 2.1 erörtert wird, kann in der Prospektionsgeophysik für die Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen von einem homogenen, ebenen anregenden Wechselfeld ausgegangen werden. Deshalb müssen für eine Abschätzung des Induktionsparameters die für homogene Anregung geltenden Beziehungen aus Tab. 2 benutzt werden:

1. Eine im Streichen anhaltende, nach unten begrenzte gangförmige Vererzung kann durch das Modell des zwei-dimensionalen horizontalen Kreiszylinders näherungsweise dargestellt werden. Der Induktionsparameter dieses Modells

$$\theta = 10^{-3} \cdot (\omega \sigma)^{1/2} r, \quad \mu_r \approx 1,$$

lautet mit

$$\sigma = 10^{-2} \Omega^{-1} \text{ m}^{-1},$$

$$\omega = 10^5 \text{ s}^{-1} \quad (f = 16 \text{ kHz}),$$

$$r = 10 \text{ m}$$

$$\theta = 10^{-3} \cdot 31.62 \cdot 10 = \underline{0.32}$$

2. Eine sowohl im Streichen als auch nach unten begrenzte gangförmige Vererzung kann durch das Modell der dünnen Scheibe repräsentiert werden. Der Induktionsparameter

$$\theta = 10^{-3} \cdot (\omega \sigma d r)^{1/2}, \quad \mu_r \approx 1,$$

ist mit

$$\sigma = 10^{-2} \Omega^{-1} \text{ m}^{-1},$$

$$\omega = 10^5 \text{ s}^{-1},$$

$$d = 10 \text{ m},$$

$$r = 100 \text{ m}$$

$$\theta = 10^{-3} \cdot 10^3 = \underline{1}$$

3. Eine Inhomogenität der Leitfähigkeitsverteilung im sonst elektrisch homogenen Untergrund habe die Gestalt einer Kugel. Der entsprechende Induktionsparameter

$$\theta = 10^{-3} \cdot (\omega \sigma)^{1/2} r, \quad \mu_r \approx 1,$$

ist mit $\sigma = 10^{-2} \Omega^{-1} \text{ m}^{-1},$

$$\omega = 10^5 \text{ s}^{-1},$$

$$r = 100 \text{ m}$$

$$\theta = 10^{-3} \cdot 31.62 \cdot 10^2 = \underline{3.2}$$

4. Für eine Stahlröhre mit der relativen Permeabilität μ_r erhält man aus

$$\theta = 10^{-3} \cdot (\omega \sigma \mu_r)^{1/2} r$$

mit $\sigma = 10^4 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1},$

$$\omega = 10^5 \text{ s}^{-1},$$

$$\mu_r \approx 10,$$

$$r = 0.5 \text{ m}$$

$$\theta = 10^{-3} \cdot 10^5 \cdot 0.5 = \underline{50}$$

Diese einfachen Zahlenbeispiele für den Induktionsparameter zeigen zusammen mit der Koppelfunktion $f(\theta)$ (s. Abb. 3), daß bei Anregung durch ein homogenes, ebenes Längstwellenfeld gute Möglichkeiten bestehen, leitende Störkörper der o. a. physikalischen und geometrischen Eigenschaften im Untergrund zu orten. Allerdings muß angemerkt werden, daß diese Induktionsparameter unter der zusätzlichen Annahme gelten, daß die elektrisch leitenden Störkörper von nicht-leitendem Medium umgeben sind, in dem die Primärfeld-Intensität keine Abschwächung erfährt.

In der Literatur (BOSSCHART, 1967) sind Induktionsparameter, die nur für Primärfelder mit dipolartiger Geometrie abgeleitet wurden, auch für den Fall der Anregung durch ein homogenes Längswellenfeld berechnet worden. Der Induktionsparameter der dicken vertikalen Platte (s. Tab. 2) lautet z.B. mit $h = 0$

$$\theta = 10^{-3} \cdot (\omega \sigma d s)^{1/2}, \quad \mu_r \approx 1.$$

Werden

$$\sigma = 10^{-2} \Omega^{-1} \text{ m}^{-1},$$

$$\omega = 10^5 \text{ s}^{-1} \quad (f = 16 \text{ kHz}),$$

$$d = 10 \text{ m},$$

$$s = 10^6 \text{ m}$$

gesetzt, so erhält man

$$\theta = \underline{100}$$

Wegen des Produktes $\omega \cdot s$ aus Sender-Empfänger-Abstand s und Meßsystem-Kreisfrequenz nimmt der Induktionsparameter erheblich zu. BOSSCHART folgert, daß die Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen ausschließlich im Bereich der induktiven Sättigung arbeitet, die gemessenen Anomalien nach ihrer Herkunft - entweder tektonisch bedingte Inhomogenitäten der Leitfähigkeitsverteilung oder mineralisierte Zonen besserer Leitfähigkeit - nicht mehr zu unterscheiden sind und deshalb die Meßmethode in der Prospektionsgeophysik sehr begrenzten Wert habe. Bei dieser Berechnung wurde aber vorausgesetzt, daß auf dem bis zu einige tausend Kilometer langen Weg zwischen Sender und Empfänger elektrisch nicht-leitendes Medium verbreitet ist. Diese Bedingung ist nicht erfüllt, insbesondere dann, wenn Sender und Empfänger sich auf verschiedenen Kontinenten befinden und der Ausbreitungsweg der Strahlung über weite Meeresstrecken verläuft.

Die Anwendung des nur für das Nahfeld eines Dipol-Strahlers aufgestellten Induktionsparameters

$$\theta = (\omega \mu \sigma d s)^{1/2}$$

im homogenen Wechselfeld und die daraus gezogene Konsequenz erscheinen fragwürdig. Denn in dieser Arbeit wird u.a. durch eigene Meßbeispiele demonstriert (Abschn. 4), daß die Ortung mineralisierter Zonen auch bei Existenz von Anomalien möglich ist, die lediglich auf Inhomogenitäten der Leitfähigkeitsverteilung in den nicht-mineralisierten Gesteinen zurückgehen.

2. Der Induktionsvorgang im elektromagnetischen Feld von Radio-Längstwellen-Sendern

2.1 Die Fortpflanzung der an einem Hertz'schen Dipol erregten Längstwellen

Die Sender-Antennen bestehen im Prinzip aus einem gewöhnlich senkrecht aufgestellten Draht, der von einem oszillierenden Strom durchflossen wird und dessen geometrische Abmessung klein gegen die Wellenlänge der ausgesandten elektromagnetischen Strahlung ist. Der Sender kann als linearer vertikaler Hertz'scher Strahler aufgefaßt werden, dessen elektrisches und magnetisches Dipolmoment sich mit der Periode der aufgeprägten Schwingung ($\approx 5 \cdot 10^{-5}$ s) ändern. Infolgedessen ist das elektromagnetische Feld des Dipols zeitlich variabel. Das Strahlungsfeld kann man in eine Nah-, Übergangs- und Fernzone einteilen. Da die Fernzone für die in dieser Arbeit beschriebene Meßmethode von großer Bedeutung ist, sollen die drei Dipol-Bereiche hier behandelt werden.

2.1.1 Die Strahlungsfelder des Dipols

Dem Hertz'schen Strahler ist ein charakteristisches elektromagnetisches Feld zugeordnet, dessen Gleichungen für das elektrische und magnetische Feld in der Literatur vielfach angeführt sind, z.B. von BECKER-SAUTER (1964), LAUTZ (1969), BECKER (1974). Die Hertz'sche Lösung der Feldgleichungen als Prototyp einer Strahlungsquelle läßt sich in drei Feldanteile aufspalten, die nach Potenzen von R^{-1} , dem reziproken Quellpunkt - Aufpunkt - bzw. Sender-Empfänger-Abstand, unterschieden werden.

In großer Nähe zum Quellpunkt ($R \ll \lambda$) überwiegen Terme mit R^{-3} (Nahfeld), für große Abstände ($R \gg \lambda$) die mit R^{-1} (Fern- oder Wellenfeld). Dazwischen liegt ein Übergangsfeld, das sich wie R^{-2} verhält.

Im Nahfeld stimmt das elektrische Feld mit dem eines Dipoles überein, der im Ursprung eines räumlichen Polarkoordinaten-Systems liegt, in der vertikalen z-Richtung orientiert und dessen Dipolmoment $\vec{p}(t)$ zeitlich veränderlich ist.

$$E_R = \frac{\vec{p}}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{\cos\psi}{R^3}$$

$$E_\psi = \frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\sin\psi}{R^3}$$

Das sind die Komponenten des elektrostatischen Dipoles

$$\vec{E}_{\text{Dipol}} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{\vec{p}}{R^3} (3 \cos^2\psi + 1)^{1/2},$$

weshalb die Nahzone auch als quasistationäre oder quasistatische Zone bezeichnet wird. E_R und E_ψ schwingen phasengleich.

Das Magnetfeld stimmt in der Nahzone bis auf einen Faktor $\exp(-i\omega R/c)$ (ω : Kreisfrequenz, c : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum) mit dem Feld überein, das sich nach BIOT-SAVART für ein Strom-Element $I(t) \cdot A$ berechnet. In diesem Faktor drückt sich die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Magnetfeldes aus, welche eine zunehmende Phasen-Verschiebung mit wachsender Entfernung gegenüber dem Momentan-Wert des Stromes im Mittelpunkt bedingt (retardiertes Feld).

Elektrische und magnetische Komponente weisen im Nahfeld eine Phasen-Differenz von annähernd $\pi/2$ auf. Dies bedeutet, daß keine Energie in den die Antenne umgebenden Raum abgestrahlt wird, da das Integral über den Poynting'schen Vektor $\vec{P}$

$$\oiint \vec{P} \cdot \vec{n} \, d\vec{f} = \oiint (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \vec{n} \, d\vec{f} = \iint\limits_{0,0}^{\pi, 2\pi} (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \vec{n} \, R^2 \sin\psi \, d\psi \, d\varphi$$

gegen Null geht, d.h. die Energie pendelt mit dem Quadrat der Feldstärke periodisch einmal durch die geschlossene

Oberfläche F nach außen und in der nächsten Periode nach innen und hebt sich somit auf (verlustloser voller Austausch von potentieller und kinetischer Energie). Es trennen sich noch keine Feldlinien-Bündel vom Oszillator ab. KLEIN (1972) gibt für die Ausdehnung der Nahzone die Abschätzung

$$R < 1.6 \cdot 10^{-2} \lambda \text{ [m]}.$$

In der Übergangszone verringert sich die Phase zwischen elektrischem und magnetischem Vektor, so daß es zu einer teilweisen Energie-Abstrahlung kommt (verlustbehafteter Austausch zwischen potentieller und kinetischer Energie). Zwischen den Komponenten E_R und E_ϕ setzt eine Phasen-Differenz δ ein, die die Entstehung eines elliptisch polarisierten E-Feldes verursacht. Diese Feld-Ellipse, deren Gestalt und Hauptachsen-Richtung von δ abhängig sind, liegt in der $R-\phi$ -Ebene. Die Phase δ ist ihrerseits eine Funktion der physikalischen Parameter des Bodens, der relativen Dielektrizitätskonstanten ϵ_r und der elektrischen Leitfähigkeit σ .

Der Beginn der mit Fernfeld bezeichneten Wellenzone kann durch

$$R > 1.6 \cdot 10^{-1} \lambda \text{ [m]}$$

angegeben werden. Das mit R^{-1} abnehmende Magnetfeld dieser Wellenzone ist der Änderung des Antennen-Stromes proportional und nicht wie das des Nahfeldes dem Antennen-Strom direkt. Elektrischer und magnetischer Vektor sind in Phase. Liegt die Achse des Dipols in der Polarachse einer Kugel, so hat das magnetische Feld $\vec{H}$ die Richtung der Breitenkreise und das elektrische Feld $\vec{E}$ die der Meridiane. $\vec{E}$ und $\vec{H}$ bilden mit der Fortpflanzungsrichtung ein Rechtssystem. Die gesamte Energie wird vom Oszillator in den umgebenden Raum transportiert. Die räumliche

Verteilung der Energie-Abstrahlung gehorcht der Proportionalität $|P| \sim \sin^2 \psi$, d.h. in Richtung seines Momentes strahlt der Oszillator im Fernfeld nicht. Die Feldlinien münden nicht mehr in die Antenne, sondern nach jeder halben Periode löst sich ein elektrisches, in sich geschlossenes und in Dipol-Längsrichtung kreisförmiges Feldlinien-Bündel und eilt in größerer Entfernung vom Sender mit der Licht-Geschwindigkeit $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ in den Raum. Die magnetischen Feldlinien umschließen die Dipol-Achse in wechselndem Umlaufsinn als konzentrische Kreise, deren Radien mit der Zeit proportional wachsen. Die Richtungsänderung tritt ebenfalls nach jeder halben Periode auf. Man findet insgesamt ein elektromagnetisches Wechselfeld vor, dessen Feldlinien die vom Dipol aus gezogenen Radien senkrecht durchschneiden und die sich gegenseitig senkrecht durchdringen (s. z.B. BERGMANN-SCHAEFER, 1971, S. 357 f). Das Feld ist wieder linear polarisiert, allerdings senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.

Die Erkundung des Untergrundes mittels künstlicher, von einer Sender-Antenne abgestrahlter elektromagnetischer Längstwellen wird praktisch nur innerhalb dieser Wellenzone des Strahlers ausgeführt. Das Fernfeld setzt z.B. bei Emission einer Wellenlänge $\lambda = 20\,000\text{ m}$ bei ca. 4000 m Abstand vom Oszillator ein. Da die Untersuchungsgebiete bis zu mehreren tausend Kilometern vom Sender-Standort entfernt liegen, befindet sich der Empfänger stets im Fernfeld des Strahlers, wo ein linear polarisiertes elektromagnetisches Feld bestimmter Frequenz als den Untergrund anregendes Primärfeld existiert. Deshalb ist das Fernfeld auch zur Bestimmung von Reflexions- und Beugungserscheinungen bevorzugt geeignet. Bei elektrisch homogenem Untergrund ist jede Entartung der linearen in eine elliptische Polarisation als Ausdruck solcher Vorgänge zu werten, wie im Abschnitt 3 dieser Arbeit eingehend untersucht wird.

2.1.2 Die Ausbreitungswege und die längs ihnen auf- tretenden Feld-Dämpfungen

Die Fortpflanzung der elektromagnetischen Welle vom Sender bis zum Empfangsort kann entlang verschiedener Wege erfolgen. Da die Wellenlängen klein sind (12 - 20 km) im Vergleich zu der Entfernung, die die Wellen bis zum Empfänger überbrücken (100 - 6000 km), können die Ausbreitungswege strahlengeometrisch dargestellt werden. Die Abbildung 4 zeigt die verschiedenen Möglichkeiten der Wellenausbreitung von der Sender- zur Empfangsantenne:

1. Besteht zwischen Sender und Empfänger Sicht-Verbindung, so kann ein Wellenstrahl geradlinig die Sender- und Empfangsantenne verbinden, und man spricht in diesem Fall von quasi-optischer Wellenausbreitung.
2. Das Wellensignal gelangt nach einmaliger Reflexion an der Erdoberfläche zur Empfangsantenne, sofern der Sender hoch aufgestellt ist.
3. Mit der längs der Boden-Oberfläche geführten Welle wird die Feldenergie durch im Untergrund induzierte Ströme wieder neu abgestrahlt.
4. Die Raum-Welle erreicht nach ein- oder mehrmaliger (5) Reflexion an der Ionosphäre die Antenne des Empfängers.

Wenn sowohl die Sender- wie auch die Empfänger-Antenne innerhalb der optischen Sichtgrenze und dicht oberhalb der Erdoberfläche aufgestellt sind (die Antennen-Höhe soll nach KELLER-FRISCHKNECHT (1970) weniger als 5 % des Sender-Empfänger-Abstandes betragen; diese Bedingung wird beim hier beschriebenen Verfahren leicht erfüllt), so löscht die an der Erdoberfläche reflektierte Welle praktisch die direkt gelaufene durch Interferenz aus, denn die Ausbreitungswege haben in diesem Fall fast die gleiche Länge und die Phase der reflektierten Welle ist infolge der Reflexion gegenüber der direkt gelaufenen um π verschoben. Deshalb wird bei homogenem Untergrund das vorhandene Gesamt-Signal

nur von Boden- und Raum-Welle getragen, unabhängig davon, ob sich der Empfangsort diesseits oder jenseits der Grenze der optischen Sicht befindet.

Die Sommerfeld'sche Lösung für die Feldstärke $\vec{E}$ am Empfangsort ist gegeben durch

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot D(u)$$

Es ist E_0 diejenige (Freiraum-) Feldstärke, die sich über unendlich gutleitendem Boden an der Erdoberfläche ausbilden würde. Für ihre Entfernungsabhängigkeit gilt der bekannte Ausdruck

$$(1) \quad E_0 = \frac{300 \cdot P^{1/2}}{s}$$

(E_0 in mV/m, die abgestrahlte Leistung P in kW, die Entfernung s in km)

oder $E_0 = 109.5 + 10 \lg P - 20 \lg s$
in Dezibel-Schreibweise $dB = 20 \lg \frac{E_0}{E'}$ (dB über $E' = 10^{-6}$ V/m), die in der Radio-Technik gepflegt wird. Die Bezugfeldstärke E' ist willkürlich festgelegt.

Das Argument der Dämpfungsfunktion $D(u)$ ist die sogenannte numerische Entfernung, für die GROSSKOPF (1970, S. 28)

$$(2) \quad u(s) = 5.25 \cdot 10^{-5} \frac{s}{\lambda^2 \sigma}$$

angibt, worin s der wirkliche Sender-Empfänger-Abstand in km, λ die Wellenlänge in km und σ die Boden-Leitfähigkeit in S/m bedeutet. Damit nimmt die Dämpfung der Boden-Welle mit dem Quadrat der Wellenlänge ab. Hier ist unberücksichtigt, daß die Leitfähigkeit längs der Ausbreitungsstrecke nicht konstant ist. Bei bekannter Horizontal-Verteilung von σ und nicht zu großen und plötzlichen Schwankungen dieser Größe hat sich die Beziehung (2) bewährt.

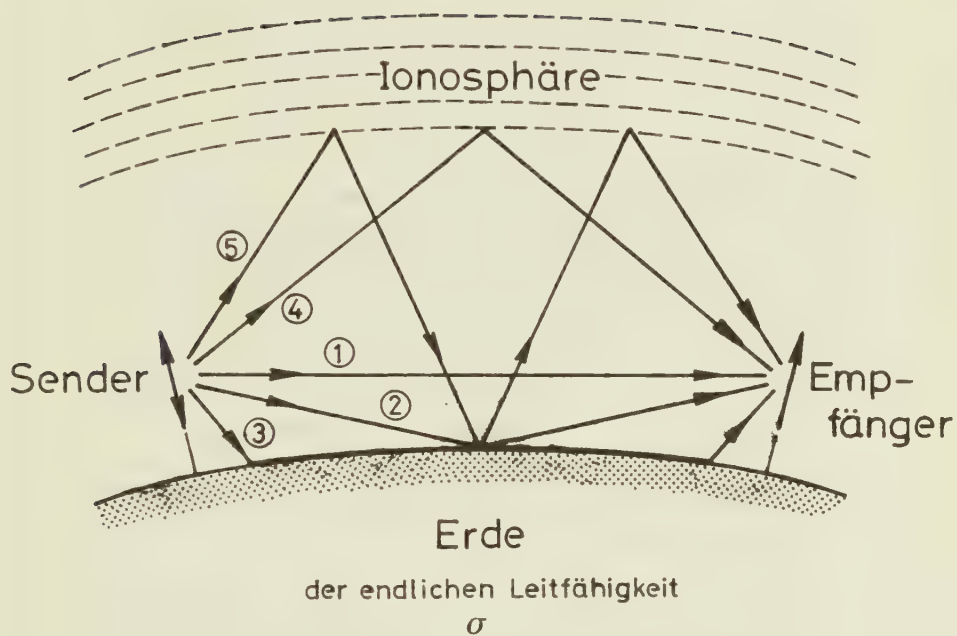


Abb. 4 Ausbreitungswege elektromagnetischer Wellen.

Für den Dämpfungsfaktor $D(u)$ gibt VAN DER POOL (zitiert bei AL'PERT, 1974, S. 22) die Näherungsdarstellung

$$(3) \quad D(u) = \frac{2 + 0.3 u}{2 + u + 0.6 u^2}$$

Die beiden Beziehungen (2) und (3) gelten für lange Wellen, für eine vertikal polarisierte Sender-Antenne und für eine Erde, in der der Leitungsstrom überwiegt, so daß sie zusammen mit dem Ausdruck (1) benutzt werden können, um die am Meßort vorhandene Feldstärke berechnen zu können.

Für $s = 5000$ km, eine durchschnittliche spezifische Leitfähigkeit von $\sigma = 10^{-3}$ S/m und $\lambda = 15$ km ergeben sich beispielsweise $u = 1.167$ und $D(u) = 0.589$. Die Feldstärke wird in diesem Fall durch den Boden auf knapp 60 % derjenigen Feldstärke gedämpft, die bei unendlich gutleitendem Boden vorhanden sein würde. Ist $s = 500$ km, erhält man $u = 0.1167$ und $D(u) = 0.9577$.

Voraussetzung für die Anwendbarkeit der Formeln (1) bis (3) ist, daß die abschattende Wirkung der gekrümmten Erdoberfläche vernachlässigt werden kann. Das ist meist aber bei den kennzeichnend großen Sender-Empfänger-Distanzen des hier diskutierten Verfahrens nicht der Fall.

Das Problem der Beugung elektromagnetischer Wellen in Richtung zur Erdoberfläche wird geeignet durch eine mathematische Reihen-Darstellung gelöst, die von der Wellenlänge, dem Erdradius und den Boden-Konstanten abhängt und deren erstes Glied für eine 10 %-ige Genauigkeit ausreicht, wenn der Empfänger in großer Entfernung jenseits der Grenze der optischen Sicht aufgestellt ist. Die Ausbreitung langer Wellen um die sphärisch gekrümmte Erde mit guter Leitfähigkeit wird von GROSSKOPF (1970, S. 285) durch

$$(4) \quad E = E_0 \cdot 0.103 \lambda^{-1/6} s^{1/2} e^{-3.1 \cdot 10^{-3} \lambda^{-1/3} s}$$

oder in der einfacheren dB-Schreibweise durch

$$E = 89.8 + 10 \lg P - 10 \lg s - 3.33 \lg \lambda - 2.7 \cdot 10^{-2} \cdot \lambda^{-1/3} s$$

für die elektrische Feldstärke beschrieben.

Die mathematische Behandlung der Raum-Welle liefert eine zwischen Erde und Ionosphäre wellenleiterartig geführte Ausbreitung. Der Wellenleiter wird von den beiden im Abstand h befindlichen sphärischen gutleitenden Schalen Erdoberfläche und Ionosphäre gebildet. Zwischen den Schalen nimmt die Intensität der Raum-Welle durch Energie-Abfluß in die Erde und die Ionosphäre ab. Bei sehr langen Wellen lautet die Entfernungsabhängigkeit der elektrischen Feldstärke E

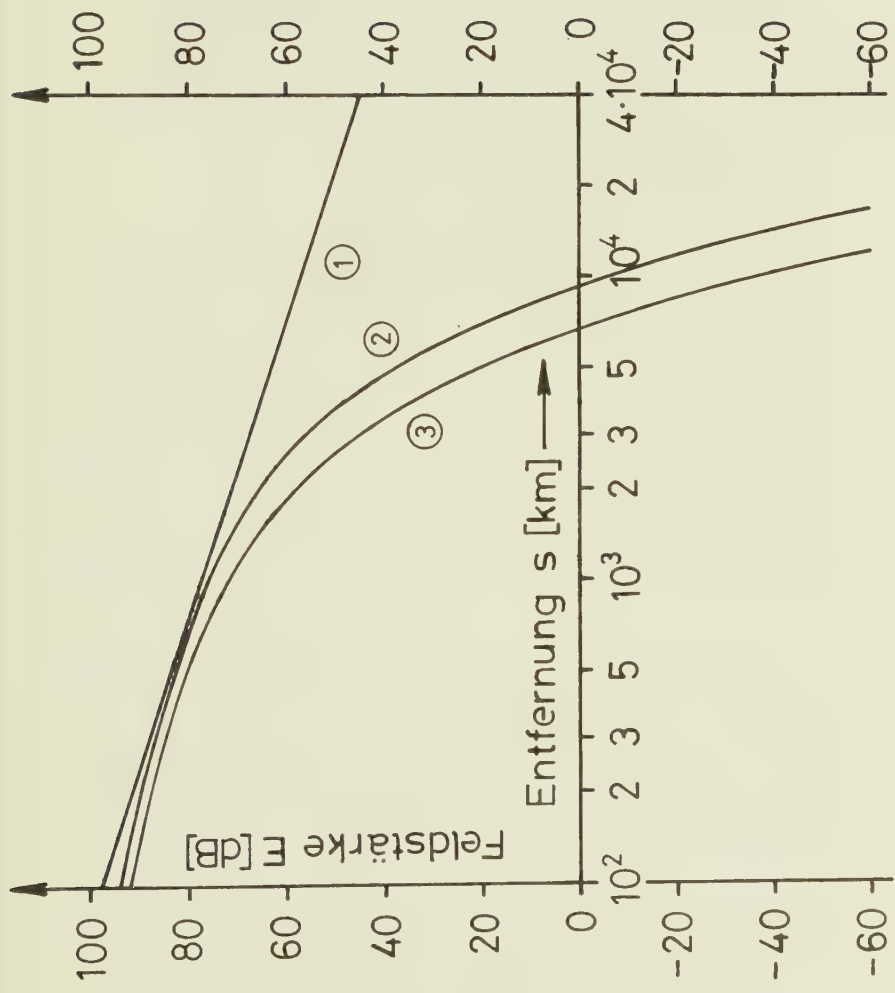
$$(5) \quad E = 246 \left(\frac{P}{s \cdot h} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{\psi}{\sin \psi} \right)^{1/2} e^{-k s}$$

(GROSSKOPF, 1970, S. 277), worin k ein Extinktionskoeffizient der Dimension km^{-1} und ψ der Winkel ist, der durch die beiden zum Sender- bzw. Empfänger-Standort führenden Erdradien eingeschlossen wird. In den Koeffizienten k gehen die Boden-Leitfähigkeit, der Abstand h von Erde und Ionosphäre sowie die Elektronen-Konzentration (Trägerdichte) und Stoßzahl der Ionosphäre ein, die die Ausschaltung der Ladungsträger durch Absorption beschreibt. Nimmt man an, daß der den ionosphärischen Wellenleiter nach oben begrenzende Rand tagsüber in etwa 80 km Höhe liegt (D-Schicht), so wird die Stoßzahl 10^5 und die Trägerdichte 10^{10} m^{-3} . Da die D-Schicht nur auf der der Sonne zugewandten Erdseite existiert, lautet die elektrische Feldstärke (5) für die Tagesausbreitung in dB-Schreibweise

$$E = 88 + 10 \lg P - 10 \lg s - 3.09 \cdot 10^{-2} s \cdot \lambda^{-1/2}.$$

Der Summand $10 \lg \left(\frac{\psi}{\sin \psi} \right)$ ist ausgelassen, weil er bis zu Entfernungen $s \approx 10\,000 \text{ km}$ ($\psi \approx \frac{\pi}{2}$) einen Wert von 2 dB nicht überschreitet. In den Ausdrücken (4) und (5) ergibt sich E in $\frac{\text{mV}}{\text{m}}$, wenn P in kW, s , h und λ in km eingesetzt werden.

Abb. 5 Abnahme der elektrischen Feldstärke mit der Entfernung zum Sender bei verschiedenen Modellen für die Längswellen-Ausbreitung. Die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ ist in Dezibel (dB) über $10^{-6} \frac{\text{V}}{\text{m}}$ angegeben.



Die drei Abhängigkeiten (1), (4) und (5) der elektrischen Feldstärke E sind im Diagramm der Abb. 5 für die Strahlungsleistung $P = 500 \text{ kW}$ und die Wellenlänge $\lambda = 15 \text{ km}$ dargestellt. Diese Leistung wird z.B. von der Station FÜO (vgl. Tab. 1) ausgestrahlt, die in Europa und Südamerika für Messungen der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen häufig benutzt wird. Es bedeuten

- die Kurve 1 die Freiraum-Feldstärke,
- die Kurve 2 die Wellenleiter-Feldstärke und
- die Kurve 3 die Beugungsfeldstärke.

Man erkennt, daß die durch Beugung bedingte Feldschwächung, bei deren Berechnung eine Wellenleitung durch die Ionosphäre unberücksichtigt geblieben ist, den größten Wert hat. Das Wellenleiter-Modell liefert Reichweiten, die einige tausend Kilometer größer sind als jene, die sich aufgrund der Vorstellung des längs der Erdoberfläche gebeugten Wellenweges ergeben. Nach dem Diagramm der Abb. 5 existiert im Wechselfeld des Senders FÜO bei Anwendung des Wellenleiter-Modells in einer Entfernung von 1200 km (Strecke Bordeaux - Harz) die elektrische Feldstärke 75 dB, also $5.62 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$, und in einer Distanz von 8000 km (Strecke Bordeaux - Zentralbrasilien) noch eine Feldstärke von 12 dB, das sind $0.004 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$.

Die tages- und jahreszeitlichen Variationen der Längswellen sind anhand des Wellenleiter-Modells leicht zu deuten. Bei langen Ausbreitungswegen, und um solche handelt es sich meistens, hat man niedrige Tageswerte der elektrischen und magnetischen Feldstärke (niedrige Reflexionshöhen, starke Energieabnahme) und hohe Nachtwerte, wenn der gesamte Übertragungsweg im Dunkeln liegt (größere Reflexionshöhen (bis zu 200 km) und geringere Energieabnahme). Die Ausbreitungsbedingungen ändern sich von Tag zu Tag nur wenig, denn der Einfluß solarer Störungen ist im Gegensatz zu den Mittel- und Kurzwellen, wo diese zeitweise äußerst störend auftreten, sehr geringfügig. Deshalb bilden künstlich abgestrahlte Längswellen eine zuverlässige Primärfeld-Quelle, sofern die Sender regelmäßig in Betrieb sind.

Mit den Wellen-Gleichungen der Elektrodynamik soll im anschließenden Abschnitt das elektromagnetische Längstwellenfeld im Dipol-Fernfeld untersucht werden.

2.2. Eigenschaften des linear polarisierten Dipol-Fernfeldes in der Atmosphäre und im Boden

2.2.1 Herleitung und Lösungen der Elektrodynamik-Wellengleichungen

Die beiden Feldstärken $\vec{E}$ und $\vec{H}$ haben nach Abschn. 2.1.1 im Dipol-Fernfeld den gleichen Betrag, stehen aufeinander und auf dem Fahrstrahl senkrecht. Dies entspricht der Vorstellung von einer Kugelwelle, die vom Sender in der Richtung des Fahrstrahles fortläuft. Steht der Empfänger in großer Entfernung s zum Sender ($s > 10\lambda$), so kann man sich die $\vec{E}$ - und $\vec{H}$ -Wellenflächen durch Ebenen in der Umgebung des Empfängers ersetzt denken, sofern diese nicht größer ist als eine Kreisfläche, deren Radius r die Ungleichung $r < \lambda$ erfüllt und in deren Mittelpunkt der Empfänger aufgestellt ist.

Man spricht von ebenen homogenen Wellenzügen, wenn eine Schar paralleler Ebenen so gelegt werden kann, daß die elektrische und magnetische Feldstärke sich längs einer jeden dieser Ebenen nach Betrag und Richtung nicht ändert. Jene Ebenen sind die Wellenebenen, ihre zugehörige Normalenrichtung die Wellennormale.

Die x-Achse eines kartesischen Koordinaten-Systems werde in die Wellennormale, d.h. durch die Richtung vom Sender zum Meßpunkt gelegt. Dann sind die Wellenebenen der y-z-Ebene parallel. Da längs der Wellenebenen die Feld-Vektoren $\vec{E}$ und $\vec{H}$ konstant sein sollen, verschwinden sämtliche partielle Ableitungen nach y und z

$$(6) \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$$

und für die Feld-Komponenten in Richtung der Wellennormale gilt

$$E_x = 0; \quad H_x = 0$$

Der Zusammenhang zwischen den einzelnen Feldgrößen ist durch die Maxwell'schen Gleichungen gegeben, die im MKSA-System folgende Formulierung haben:

- (7) $\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Induktionsgesetz,
 (8) $\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ Erweitertes Oersted-Gesetz,
 (9) $\text{div } \vec{D} = \Theta$ die Quellen des Verschiebungs-
 vektors sind die wahren Ladun-
 gen,
 (10) $\text{div } \vec{B} = 0$ es gibt keine magnetischen
 Ladungen.

Hinzu treten die Verknüpfungsgleichungen für isotrope, nicht-ferromagnetische Substanzen

(11a) $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ und

(11b) $\vec{B} = \mu \vec{H}$

mit der Dielektrizitätskonstanten (D.K.)

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

(Influenzkonstante $\epsilon_0 = 8.86 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$; die relative D.K. ϵ_r ist dimensionslos) und der Permeabilität

$$\mu = \mu_0 \mu_r$$

(Induktionskonstante $\mu_0 = 1.256 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$; die relative Permeabilität μ_r ist dimensionslos und annähernd gleich 1 für unmagnetische Materie) sowie das verallgemeinerte Ohmsche Gesetz

(12) $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

Nicht immer sind die linearen Beziehungen (11) und (12) zutreffend, da sich z.B. bei den hochfrequenten Wechselfeldern der Technik, aber auch bei geophysikalischen Prospektionsmethoden sehr tiefer Anregungsfrequenz (Induzier-

te Polarisierung-"frequency domain") die Material-Parameter σ und ϵ als frequenzabhängig erweisen und dieses physikalische Verhalten sogar meßtechnisch genutzt wird. Inwieweit die Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen wegen der verhältnismäßig hohen Schwingungszahl ($\approx 2 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$) durch die Frequenz-Abhängigkeit von σ und ϵ betroffen sein kann, soll noch weiter unten (Absch. 2.2.4) erörtert werden.

Fügt man die Beziehungen (11) und (12) in die Gleichungen (7) bis (10) ein, so folgen die Maxwell'schen Gleichungen in der Form

$$(13) \quad \text{rot } \vec{E} = - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$(14) \quad \text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$(15) \quad \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$(16) \quad \text{div } \vec{H} = 0$$

Es treten nur noch die zwei Feld-Vektoren $\vec{E}$ und $\vec{H}$ auf.

Da man sich jeden beliebigen zeitlichen Verlauf dieser Vektoren nach FOURIER durch Überlagerung von Sinus-Schwingungen verschiedener Frequenzen zusammengesetzt denken kann, genügt es, nur zeitlich sinusförmige Vorgänge zu betrachten. Deshalb sind für die beiden Feldstärken Ansätze in Gestalt zeitlicher FOURIER-Komponenten

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i \omega t}, \quad \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i \omega t}$$

gestattet ($\omega = 2 \pi f$: Kreisfrequenz des elektromagnetischen Feldes).

Die Grundgleichungen (14) und (15) lassen sich häufig vereinfachen. Hierzu seien sogleich die FOURIER-Ansätze benutzt:

1. Die Gleichung (14) beschreibt die durch einen Wirbel $\vec{H}$ erzeugte Gesamtstromdichte, die sich aus der Leitungsstrom-

dichte

$$\sigma \vec{E} = \sigma \vec{E}_0 e^{i \omega t}$$

und der Verschiebungsstromdichte

$$\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = i \omega \epsilon \vec{E}_0 e^{i \omega t}$$

zusammensetzt. In der Magneto-Tellurik kann die Verschiebungsstromdichte gegenüber der Leitungsstromdichte wegen der niedrigen Kreisfrequenzen $\omega \ll 2\pi$ vernachlässigt werden (s. z.B. BEBLO, 1974; REITMAYR, 1974). Diese quasistationäre Näherung ist erlaubt für

$$\sigma \vec{E} \gg \epsilon \omega \vec{E}.$$

Diese Ungleichung ist dann gültig, wenn

$$(17) \quad \frac{\sigma}{\epsilon} \gg 2 \pi f$$

ist. Die Größenordnung der Gesteinsleitfähigkeiten σ der Erde ist

$$10^{-4} < \sigma < 10 \frac{S}{m}.$$

Die Dielektrizitätskonstante wenig durchfeuchteter Erde beträgt im Mittel $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r \approx 9 \cdot 10^{-11} \frac{As}{Vm}$. Bei einer Längswellen-Frequenz $f = 2 \cdot 10^4 s^{-1}$ erfüllt ein gut leitfähiges Medium die Ungleichung (17).

$$\frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{1}{9 \cdot 10^{-11}} \approx 10^{10} s^{-1} \gg 4 \pi \cdot 10^4 \approx 10^5 s^{-1}$$

Für ein elektrisch schlecht leitfähiges Medium erhält man

$$\frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{10^4}{9 \cdot 10^{-11}} \approx 10^6 s^{-1} > 10^5 s^{-1}.$$

Danach dürfte in Gebieten hoher spezifischer elektrischer Gesteinswiderstände ($\rho \gg 10^4 \Omega m$) die Verschiebungsstromdichte gegenüber der Leitungsstromdichte nicht unberücksichtigt bleiben. Für die praktische Anwendung des Verfahrens der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen bleibt diese Abschätzung jedoch ohne Folge, zumal ausgedehnte Gebiete mit derart hohen Widerständen nur in den Permafrost-Bereichen der Polkappen und in archaischen Gneis-Komplexen anzutreffen sind, wo eine besser leitfähige, durch Verwitterungseinflüsse verursachte Deckschicht nennenswerter Mächtigkeit nicht existiert.

Außerhalb der Erde ist für die Atmosphäre mit ihrer verschwindenden Leitfähigkeit ($\approx 10^{-12}$ S/m) bzw. für das Vakuum zu erwarten, daß die quasistationäre Näherung nicht erlaubt ist. Das wird durch die Abschätzung

$$\frac{\sigma}{\epsilon} \approx \frac{10^{-12}}{10^{-11}} \text{ s}^{-1} \ll 2\pi f \approx 10^5 \text{ s}^{-1}$$

gezeigt. Der Verschiebungsstrom ist in der Atmosphäre ca. 10^6 -mal größer als der Leitungsstrom.

2. Aus der Anwendung des Divergenz-Operators auf das erweiterte Oersted-Gesetz (14) folgt - da $\text{div rot } \vec{H} = 0$ -

$$\text{div } \vec{J} = -\text{div } \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

und mit Berücksichtigung von Gleichung (9) die Kontinuitätsgleichung

$$\text{div } \vec{J} = -\frac{\partial \theta}{\partial t}.$$

Es läßt sich zeigen, daß die Raumladungsdichte θ zeitlich konstant ist, indem der Divergenz-Operator auf das in der quasistationären Näherung geltende Oersted-Gesetz angewendet wird.

$$\text{div rot } \vec{H} = \sigma \text{ div } \vec{E} = \text{div } \vec{J} = 0.$$

Die Kontinuitätsgleichung lautet

$$(18) \text{ div } \vec{J} = -\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0,$$

und es folgen

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0; \quad \theta = C,$$

ferner die vereinfachte Maxwell-Gleichung

$$(19) \text{ div } \vec{E} = 0.$$

Die Beziehungen (18) und (19) sind die Näherungen für den quasistationären Fall.

Aus den Gleichungen (13) bzw. (14) kann einer der beiden Vektoren $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ und $\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i\omega t}$ bekanntlich durch Anwendung des Rotation-Operators eliminiert werden.

$$\text{rot} (\text{rot } \vec{E}) = - \mu \frac{\partial(\text{rot } \vec{H})}{\partial t} = - \mu \frac{\partial}{\partial t} (\sigma + i \omega \epsilon) \vec{E}$$

$$\text{rot} (\text{rot } \vec{E}) = (- i \mu \sigma \omega + \mu \omega^2 \epsilon) \vec{E}$$

$$\text{rot} (\text{rot } \vec{H}) = (- i \mu \sigma \omega + \mu \omega^2 \epsilon) \vec{H}.$$

Die Benutzung der Vektor-Identität

$$\text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A}$$

führt bei Berücksichtigung der Maxwell-Gleichungen (16)

bzw. (19) zu den Differentialgleichungen

$$\Delta \vec{E} + (\mu \epsilon \omega^2 - i \mu \sigma \omega) \vec{E} = 0$$

$$\Delta \vec{H} + (\mu \epsilon \omega^2 - i \mu \sigma \omega) \vec{H} = 0$$

Δ stellt den Laplace-Operator dar. Die beiden Vektoren $\vec{E}$ und $\vec{H}$ erfüllen dieselbe Differentialgleichung. Mit

$$(20) \quad k^2 = \mu \epsilon \omega^2 - i \mu \sigma \omega$$

lautet sie

$$(21) \quad \Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0$$

$$\text{bzw.} \quad \Delta \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0.$$

Die komplexwertige Größe

$$(22) \quad k = \alpha - i \beta$$

wird als Fortpflanzungskonstante oder Wellenzahl bezeichnet.

Die Gleichungen (21) schreiben sich unter Berücksichtigung der Bedingungen (6)

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + k^2 \vec{E} = 0$$

$$\text{bzw.} \quad \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + k^2 \vec{H} = 0$$

und liegen nun in Form eines Paares entkoppelter linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten vor. Sie entsprechen dem Typ einer homogenen Schwingungsgleichung.

Da durch die Rotationsgleichungen (7) und (8) die Komponenten E_y und H_z , andererseits die Komponenten E_z und H_y miteinander verknüpft sind, genügt es, ein Komponenten-Paar zu betrachten, da die entsprechenden Lösungen für das andere Paar sich durch eine Drehung des Koordinaten-Systems von 90° um die x-Achse ergeben. Deshalb werde nur die allgemeine Lösung des Gleichungspaares

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + k^2 E_z = 0$$

$$\text{bzw.} \quad \frac{\partial^2 H_y}{\partial y^2} + k^2 H_y = 0$$

angegeben. Diese lautet mit dem komplexen Lösungsansatz

$$E_z = e^{rx} e^{i\omega t}$$

und der daraus folgenden charakteristischen Gleichung

$$r^2 + k^2 = 0$$

$$E_z = (C_1 e^{-ikx} + C_2 e^{ikx}) e^{i\omega t}$$

$$(23) \quad E_z = C_1 e^{-i(kx - \omega t)} + C_2 e^{i(kx + \omega t)}.$$

Das zu E_z gehörige Magnetfeld H_y liefert die Rotationsgleichung

$$(\text{rot } E)_y = \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\mu\omega H_y$$

$$(24) \quad H_y = -\frac{i}{\mu\omega} \frac{\partial E_z}{\partial x}.$$

Differenzieren der Lösung (23) nach x und Einsetzen in Gleichung (24) führen zu

$$(25) \quad H_y = \frac{1}{\mu\omega} (kC_1 e^{-i(kx - \omega t)} - kC_2 e^{i(kx + \omega t)}).$$

Fügt man den komplexen Ansatz (22) der Fortpflanzungskonstante in die Lösungen (23) und (25) ein, so folgen

$$(26a) \quad E_z = C_1 e^{-i(\alpha x - \omega t)} e^{-\beta x} + C_2 e^{i(\alpha x + \omega t)} e^{\beta x}$$

$$(26b) \quad H_y = \frac{1}{\mu\omega} ((\alpha - i\beta) C_1 e^{-i(\alpha x - \omega t)} e^{-\beta x} - (\alpha + i\beta) C_2 e^{i(\alpha x + \omega t)} e^{\beta x})$$

Formuliert man in den Gleichungen (26) das Argument der Exponential-Funktionen

$$x \pm \frac{\omega}{\alpha} t$$

und setzt

$$\frac{\omega}{\alpha} = v,$$

so erkennt man, daß die Lösungen (26) der von D'ALEMBERT gefundenen allgemeinen Lösung der Schwingungsgleichung, Funktionen der Form $f^{(n)}(x \pm vt)$, entsprechen. $f^{(n)}$ sind zweimal stetig differenzierbare willkürliche Funktionen der linearen Argumente $(x \pm vt)$. Sie stellen Wellen dar, die sich in Richtung der positiven bzw. negativen x-Achse fortpflanzen. Physikalisch sinnvoll ist nur eine Welle, die sich in der positiven x-Richtung ausbreitet. Deshalb kann man sich auf die Partial-Welle $f(x - vt)$ beschränken. Aus (26a) erhält man diese für die Vertikal-Komponente des elektrischen Feldes

$$E_z = C_1 e^{-\beta x} e^{-i(\alpha x - \omega t)}.$$

Die Amplitude klingt in der Ausbreitungsrichtung offenbar exponentiell ab. Deshalb wird β als Dämpfungskonstante bezeichnet. Der Real-Teil α der Fortpflanzungskonstante ist die reelle Wellenzahl oder Phasenkonstante.

Die Form der Funktion ist durch die Wellenkurve zur Zeit $t = 0$ bestimmt. Diese Wellenkurve verschiebt sich unverzerrt und unabhängig von der Wellenform mit der Wanderungs- oder Phasengeschwindigkeit v . An einer festen Stelle x treten zeitliche Schwankungen von E_z und H_y auf. Bei sinusförmigen Schwankungen ist die räumliche Verteilung sinusförmig. Die räumliche Periode ist dann die Wellenlänge $\lambda = 2\pi/\alpha$ und die zeitliche Periode $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1/f$;

$$\lambda f = v; \quad \lambda_0 f = c$$

(f : Frequenz; λ_0 : Wellenlänge der ebenen Welle im Vakuum; c : Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum). Die elektromagnetischen Wellen schwingen gemäß (26) nur transversal, wobei die beiden Feldvektoren $\vec{E}$ und $\vec{H}$ senkrecht auf der Wellennormalen stehen. Da die Dämpfungskonstante β im allgemeinen nie gleich Null ist, besteht zwischen $\vec{E}$ und $\vec{H}$ ein komplexer Zusammenhang, d.h. eine Phasen-Verschiebung. Sie soll in den nächsten Abschnitten für verschiedene Medien kurz bestimmt werden.

2.2.1.1 Ebene Wellen im Vakuum

Im Vakuum gelten $\sigma = 0$; $\epsilon = \epsilon_0$; $\mu = \mu_0$. Mit Koeffizienten-Vergleich aus (20) und (22) folgt

$$k = \alpha = (\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}; \quad \beta = 0.$$

Die Fortpflanzungskonstante bleibt reell. Die beiden Feldvektoren $\vec{E}$ und $\vec{H}$ sind ungedämpft und besitzen dieselbe Phase. Bekanntlich sind im Vakuum die Geschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen

$$c = \omega / \alpha = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2} = 299\,787 \text{ km s}^{-1} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

und der Feldwellenwiderstand

$$W_0 = E_z / H_y = (\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2} = 377 \, \Omega.$$

2.2.1.2 Ebene Wellen im Dielektrikum

a) Im vollständigen Dielektrikum (idealer Isolator) sind

$$\sigma = 0; \quad \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r; \quad \mu = \mu_0 \mu_r.$$

Durch erneuten Koeffizienten-Vergleich aus (20) und (22) wird

$$k = \alpha = \omega (\epsilon \mu)^{1/2}; \quad \beta = 0,$$

d.h. die Fortpflanzungskonstante k ist im vollkommenen Isolator reell, so daß an $\vec{E}$ und $\vec{H}$ keine Dämpfung und Phasenverschiebung eintreten. Die Geschwindigkeit der Wellenausbreitung wird beschrieben durch

$$v = \omega / \alpha = (\epsilon \mu)^{-1/2} = c (\epsilon_r \mu_r)^{-1/2}.$$

Der Brechungsindex n des Isolators lautet

$$n = \frac{c}{v} = (\mu_r \epsilon_r)^{1/2}$$

und wegen $\mu_r \approx 1$

$$n \approx \epsilon_r^{1/2} .$$

Der Feldwellenwiderstand im vollständigen Dielektrikum errechnet sich zu

$$W = \frac{E_z}{H_y} = \left(\frac{\mu}{\epsilon}\right)^{1/2} = W_0 \left(\frac{\mu_r}{\epsilon_r}\right)^{1/2} .$$

b) Das Dielektrikum mit geringen Verlusten wird beschrieben durch

$$\alpha \approx 0 ; \quad \mu = \mu_0 \mu_r$$

und durch die komplexe, effektive Dielektrizitätskonstante

$$(27) \quad \eta = \epsilon \left(1 + \frac{\sigma}{i \omega \epsilon}\right) = \epsilon (1 - \tan \delta_\epsilon)$$

mit dem Verlustwinkel δ_ϵ des Dielektrikums

$$\delta_\epsilon = \arctan \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon}\right) .$$

Die komplexe, effektive D.K. wird mathematisch hergeleitet, indem man z.B. das Erweiterte Oersted-Gesetz (14) mittels der zeitabhängigen FOURIER-Komponenten

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i \omega t} \quad \text{und} \quad \vec{H} = \vec{H}_0 e^{i \omega t}$$

ausdrückt.

$$\text{rot } \vec{H} = (\sigma + i \omega \epsilon) \vec{E} = i \omega \epsilon \left(1 + \frac{\sigma}{i \omega \epsilon}\right) \vec{E} = i \omega \eta \vec{E}$$

Die komplexwertige Dielektrizitätskonstante ist eine mathematische Ausdrucksweise für das physikalische Verhalten des Dielektrikums bei Anregung durch ein elektromagnetisches Feld. Sie soll lediglich der weiteren rechnerischen Behandlung des physikalischen Problems dienlich sein.

Wiederum durch Koeffizienten-Vergleich erhält man

$$k = \alpha - i\beta = \omega (\epsilon \mu)^{1/2} = \omega (\epsilon \mu (1 - i \tan \delta_\epsilon))^{1/2}$$
$$k \approx \omega (\epsilon \mu)^{1/2} (1 - \frac{i}{2} \tan \delta_\epsilon)$$

Es werden

$$\alpha = \omega (\epsilon \mu)^{1/2} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{\omega}{2} (\epsilon \mu)^{1/2} \tan \delta_\epsilon$$

Die Phasen-Konstante α ist wie beim idealen Isolator vom Verlustwinkel unabhängig. Die $\vec{E}$ - und $\vec{H}$ -Wellen klingen in der Ausbreitungsrichtung exponentiell ab, und zwar auf der Strecke einer Wellenlänge

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\pi v}{\omega} = \frac{2\pi}{\alpha}$$

um den Faktor $\exp(-2\pi \frac{\beta}{\alpha}) = \exp(-\pi \tan \delta_\epsilon)$.

2.2.1.3 Ebene Wellen im elektrisch leitfähigen Medium

Für diesen Fall gelten $\sigma \neq 0$, $\mu = \mu_0 \mu_r$ und $\eta = (1 + \frac{\sigma}{i\omega\epsilon})$.
Wegen der Gleichungen (20) und (22) wird

$$(28) \quad k^2 = \alpha^2 - 2i\alpha\beta - \beta^2 = \mu \epsilon \omega^2 - i\sigma\omega\mu,$$

wobei auch

$$k^2 = \omega^2 \mu \eta = \omega^2 \mu \epsilon (1 + \frac{\sigma}{i\omega\epsilon})$$

geschrieben werden kann.

Ferner ist

$$|k^2| = \alpha^2 + \beta^2 = (\omega^4 \mu^2 \epsilon^2 + \sigma^2 \mu^2 \omega^2)^{1/2}$$

Durch Ordnen nach realen und imaginären Zahlen erhält man aus (28)

$$\alpha^2 - \beta^2 = \omega^2 \mu \epsilon.$$

Addition bzw. Subtraktion liefern

$$(29a) \quad 2\alpha^2 = \omega^2 \mu \epsilon (1 + (1 + (\frac{\sigma}{\omega\epsilon})^2)^{1/2})$$

$$(29b) \quad -2\beta^2 = \omega^2 \mu \epsilon (1 - (1 + (\frac{\sigma}{\omega\epsilon})^2)^{1/2}).$$

Schließlich bekommt man für die Phasenkonstante

$$(30) \quad \alpha = \omega (\frac{\mu\epsilon}{2} (1 + (1 + (\frac{\sigma}{\omega\epsilon})^2)^{1/2} + 1))^{1/2}$$

und für die Dämpfungskonstante

$$(31) \quad \beta = \omega (\frac{\mu\epsilon}{2} (1 + (\frac{\sigma}{\omega\epsilon})^2)^{1/2} - 1)^{1/2}.$$

Die komplexe Fortpflanzungskonstante $k = \alpha - i\beta$ charakterisiert das elektrisch leitfähige Medium, in dem die Wellenausbreitung vorsichgeht, vollständig.

Das elektrisch schlecht leitfähige Medium liegt dann vor,

wenn die Dichte des Verschiebungsstromes größer ist als die Leitungsstrom-Dichte, also die Ungleichung

$$\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \ll 1$$

zutrifft. Die Phasen-Konstante läßt sich hierfür aus (29a) annähernd durch

$$\alpha \approx \omega (\mu \epsilon)^{1/2}$$

beschreiben. Die Dämpfungskonstante erhält man aus der Beziehung (29b)

$$2 \beta^2 \approx \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{\epsilon} \mu.$$

Unter Berücksichtigung von $\frac{\sigma}{\omega \epsilon} = \tan \delta_\epsilon$ wird

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\sigma}{2} (\mu / \epsilon)^{1/2} = \frac{\omega \epsilon}{2} \cdot \tan \delta_\epsilon \cdot (\mu / \epsilon)^{1/2} \\ \beta &= \frac{\omega}{2} (\mu \epsilon)^{1/2} \tan \delta_\epsilon. \end{aligned}$$

Diese Beziehungen sind identisch mit den entsprechenden des verlustarmen Dielektrikums.

Das elektrisch gut leitfähige Medium ist dadurch gekennzeichnet, daß in ihm die Leitungsstrom-Dichte bei weitem überwiegt. Es ist

$$\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \gg 1.$$

Aus den Beziehungen (29) ergibt sich

$$\begin{aligned} 2 \alpha^2 &= 2 \beta^2 = \mu \sigma \omega \\ (32) \quad \alpha &= \beta = \left(\frac{\mu \sigma \omega}{2} \right)^{1/2} \end{aligned}$$

Auf der Strecke einer Wellenlänge nimmt die Amplitude einer elektromagnetischen Welle im elektrisch gut leitfähigen Medium um den Faktor $e^{-2\pi} \approx 0.0019$ ab.

Als Eindringtiefe d bezeichnet man die Entfernung, nach der die Welle auf den e -ten Teil abgeklungen ist. Sie ist wegen (32) gleich

$$(33) \quad d = \frac{1}{\beta} = \left(\frac{2}{\mu_0 \mu_r \sigma \omega} \right)^{1/2}.$$

Mit steigender Leitfähigkeit und Frequenz des anregenden Feldes wird die Eindringtiefe des Wechselfeldes immer mehr begrenzt. Dieses Phänomen ist als Skin-Effekt bekannt, da es bei sehr guten Leitern (Metallen) zur Folge hat, daß nahezu die gesamte Stromdichte nur in einer dünnen oberflächenschicht verläuft (Strom-Verdrängung), während das Innere praktisch stromfrei ist. Die Beziehung (33) wird weiter unten für die Beurteilung der Eindringtiefe des Verfahrens der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen im Abschn. 2.2.3 benötigt.

Die Phasen-Geschwindigkeit $v = \frac{\omega}{\alpha}$ ist im gutleitenden Medium

$$v = \left(\frac{2\omega}{\mu \sigma} \right)^{1/2}.$$

Sie ist der doppelten Schwingungskreisfrequenz proportional und nimmt mit steigender Leitfähigkeit und Permeabilität ab. Dispersive Medien sind solche, deren Phasen-Geschwindigkeit von der Frequenz abhängt.

Der Feldwellenwiderstand

$$W = \left(\frac{\mu}{\eta} \right)^{1/2}$$

lautet, da $\omega \epsilon \ll \sigma$ ist,

$$(34) \quad W = \left(\frac{\mu \omega}{\sigma} \right)^{1/2} = e^{i\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\mu \omega}{\sigma} \right)^{1/2} = (1 + i) \left(\frac{\mu \omega}{2\sigma} \right)^{1/2}$$

bei Benutzung der Identität $i^{1/2} = e^{i\frac{\pi}{4}}$.

2.2.2 Das magnetische Normal-Wechselfeld des elektrisch leitenden homogenen Halbraums

Wie aus den Maxwell-Beziehungen hervorgeht, existiert im Leiter-Halbraum der Erde neben dem aus der Atmosphäre eingedrungenen Magnetfeld $H_y^{(e)}$, das von dem über der Erdoberfläche aufgestellten Dipol abgestrahlt wird, ein im elektrisch leitenden Untergrund induziertes, inneres Magnetfeld $H_y^{(i)}$. Am Empfangsort wenig oberhalb der Erdoberfläche ist

$$H_{y0} = H_y^{(e)} + H_y^{(i)}$$

Das Gesamtfeld H_{y0} werde fortan als das magnetische Normal-Wechselfeld bezeichnet.

Da die Erde die elektrische Oberflächendichte

$$\zeta = 1.13 \cdot 10^{-9} \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$$

besitzt (s. z.B. BERGMANN-SCHAEFER, 1971, S. 87), setzt sich die Vertikal-Komponente D_z des Vektors $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$ der dielektrischen Verschiebung diskontinuierlich durch die Halbraum-Oberkante in die Erde fort.

$$D_{zE} - D_z = \epsilon_0 (\epsilon_{rE} E_{zE} - E_z) = \zeta \quad (\epsilon_r \approx 1)$$

(Der Index E bezeichnet die Komponenten im Leiter-Halbraum der Erde.)

Wenn die magnetische Feldstärke H_{y0} , die an der Grenze Atmosphäre - Erde stetig ist, wenig oberhalb ($z = +0$) der Erdoberfläche

$$H_{y0}^+ = H(y, +0)$$

und knapp unterhalb ($z = -0$)

$$H_{y0}^- = H(y, -0)$$

ist, gilt, wie aus dem Ampère-Oersted-Gesetz (8) folgt,

$$H_{y0}^+ - H_{y0}^- = j_x \Delta z = h_x$$

(SCHMUCKER, 1971). Es ist h_x die in x-Richtung und in einer dünnen Schicht Δz parallel der Grenzfläche fließende Oberflächenstromdichte des Leiter-Halbraumes.

Die Tangential-Komponente E_x des elektrischen Feldes ist auf der Halbraum-Oberkante stetig. Eine Vertikal-Komponente H_z des magnetischen Feldes setzt sich unter der Voraussetzung, daß die Permeabilitäten der Luft und der Erde gleich sind, ohne Sprung in das andere Medium fort.

Oberhalb der Erdoberfläche ist die Ausbreitungsrichtung der Längswelle durch die x-Richtung des gewählten Koordinaten-Systems (s. Abschn. 2.2.1) angegeben. Dagegen pflanzt sich die Längswelle im Leiter-Halbraum der Erde fast senkrecht zu dessen Oberfläche, annähernd parallel der Richtung der z-Achse, nach unten fort. Den Gleichungen (26b) und (32) ist zu entnehmen, daß die Amplitude des äußeren Magnetfeldes $H_y^{(e)}$ im Erduntergrund wesentlich schneller längs der Fortpflanzungsrichtung exponentiell abnimmt als in der Atmosphäre, da das Leitvermögen der Erde ca. 10^{10} -mal besser ist als das der Atmosphäre.

Das $H_y^{(e)}$ -Feld induziert im leitenden Halbraum der Erde ein elektrisches Wirbelfeld $\vec{E}$, dessen Intensität sich mit zunehmender Tiefe ebenfalls exponentiell abschwächt. Aus dieser inneren Selbstinduktion resultieren

- die in der Umgebung Δx des Empfängers ($\Delta x \ll \frac{\lambda}{2}$) horizontal in x-Richtung direkt unter der Grenzfläche Luft - Erde in der dünnen Schicht $z_1 = \Delta z$ fließende Stromdichte j_x und
- die zugehörige rückfließende Stromdichte j'_x , die sich über eine größere Fläche $dy dz$ mit schwächerer Intensität als j_x verteilt.

Bei $z = z_2$ sei die Tiefe erreicht, in der die magnetische Feldstärke $H_y^{(e)}$ weit unter die Meßempfindlichkeit abgeklungen ist. Dann gilt

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{z_1} j_x \, dy \, dz + \iint_{-\infty}^{+\infty} \int_{z_1}^{z_2} j'_x \, dy \, dz = 0$$

Dieses Stromsystem besitzt nach dem Oersted-Gesetz (8) magnetische Wirbelfelder, aus denen sich die inneren Magnetfeld-Komponenten $H_y^{(i)}$ und $H_y^{(i)}$, vektoriell zusammensetzen. Das $H_y^{(i)}$ -Feld nimmt mit der Tiefe so lange zu, bis bei $z = z_0$

$$H_y^{(e)} + H_y^{(i)} = 0$$

gilt. Es ist das Magnetfeld des an der Erdoberfläche messbaren und durch $H_y^{(e)}$ in der leitenden Erde induzierten Stromes der Dichte j_x . Das zu $H_y^{(i)}$ entgegengesetzt gerichtete Magnetfeld $H_y^{(i)}$, ist mit der rückfließenden Stromdichte j_x' gekoppelt.

Im ungestörten elektrisch leitenden Halbraum besteht eine konstante Phase zwischen dem magnetischen Normal-Wechselfeld H_{y0} und dem zur Stromdichte j_x gehörigen elektrischen Feld E_x . Sie bestimmt sich aus Gleichung (34) zu $\frac{\pi}{4} = 45^\circ$.

In der Atmosphäre ist das Verhältnis von vertikaler E_z -Komponente zu elektrischem Feld-Anteil in x-Richtung durch

$$\frac{E_z}{E_x} = \left(\frac{\eta}{\epsilon_0} \right)^{1/2}$$

gegeben (AL'PERT, 1974). Mit der komplexwertigen D.K. (27)

$$\eta = \epsilon_0 \left(\epsilon_r + \frac{\sigma}{i \omega \epsilon_0} \right)$$

berechnet sich dieses Feldstärken-Verhältnis zu

$$\frac{E_z}{E_x} = \left(\epsilon_r - i \frac{W_0}{2\pi} \sigma \lambda \right)^{1/2},$$

wobei $W_0 = 377 \Omega$ wieder der Feldwellen-Widerstand des Vakuums ist. Im Längstwellen-Bereich ($10 \text{ km} < \lambda < 30 \text{ km}$) ist $((W_0 \sigma \lambda) / 2\pi) \gg \epsilon_r$. Näherungsweise wird

$$\frac{E_z}{E_x} = - i^{1/2} (W_0 \sigma \lambda)^{1/2},$$

und z.B. für $\sigma = 10^{-2} \frac{\text{S}}{\text{m}}$, $\lambda = 17 \text{ km}$ ist

$$\frac{E_z}{E_x} = - i^{1/2} 10^2.$$

Die Schwingungszustände von E_z und E_x unterscheiden sich um $\frac{\pi}{4}$. Im Längstwellen-Bereich ist die vertikale E_z -Komponente ober-

halb der Grenzfläche Luft - Erde annähernd 100-mal stärker als der infolge der endlichen Leitfähigkeit des Halbraumes induzierte E_x -Anteil.

Im Leiter-Halbraum der Erde gilt für das Verhältnis von vertikalem zu tangentialem elektrischen Feld

$$\frac{E_{zE}}{E_{xE}} = \left(\frac{E_z}{E_x} \right)^{-1}$$

(VILBIG, 1960, S. 441). Für $\sigma = 10^{-2} \frac{S}{m}$, $\lambda = 17 \text{ km}$ erhält man den Wert

$$\frac{E_{zE}}{E_{xE}} = -i^{-1/2} 10^{-2},$$

d.h. im Erduntergrund ist die horizontale Komponente E_{xE} ca. 100-mal stärker als die Vertikal-Komponente E_{zE} des elektrischen Feldes. Die Phase zwischen E_{zE} und E_{xE} hat den Betrag $\frac{\pi}{4}$ und das umgekehrte Vorzeichen der Phase zwischen vertikalem und horizontalem elektrischen Feld in der Atmosphäre.

Da mit jeder halben Schwingungsperiode des Sender-Dipols das äußere Magnet-Wechselfeld $H_y^{(e)}$ seine Richtung umkehrt, kann sich der induzierte Strom der Dichte j_x nicht beliebig weit ausbreiten. Jeweils innerhalb eines Streifens von der Breite einer halben Wellenlänge, dessen Seiten parallel der y-Richtung verlaufen, fließt er je nach dem Vorzeichen der Halbwelle entweder vom Sender in positiver x-Richtung weg oder in negativer x-Richtung zum Sender, so daß sich längs der Halbraum-Oberkante insgesamt ein System jeweils entgegengesetzter horizontaler Flächen-Ströme ergibt.

Im elektrisch leitenden homogenen Halbraum besitzt das Magnetfeld keine Vertikal-Komponente ($H_z = 0$). Das magnetische Normal-Wechselfeld H_{y0} verläuft horizontal entlang der Halbraum-Oberkante und ist linear polarisiert. Diese beiden Eigenschaften sind die wesentlichen Voraussetzungen, von denen das Verfahren der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen ausgeht.

2.2.3 Eindringtiefe, Dispersion und Phase des magnetischen Normal-Wechselfeldes im elektrisch leitenden homogenen Halbraum

Die Eindringtiefe d_L einer elektromagnetischen Welle in den elektrisch leitenden homogenen Halbraum ist als diejenige Tiefe definiert, in der sich ihre Amplitude auf den e-ten Teil der Freiluft-Amplitude verringert hat. Da die Amplituden-Abnahme auf den in guten Leitern ($\omega \epsilon \ll \sigma$) beobachtbaren Skin-Effekt zurückgeht, wird die Eindringtiefe auch als "Skin-Schicht"-Mächtigkeit bezeichnet.

Für die Bestimmung der Eindringtiefe d_L des magnetischen Normalfeldes in den gutleitenden Halbraum ist die in Abschn. 2.2.1.3 genannte Beziehung (33) anzuwenden. Einschränkung muß gesagt werden, daß (33) streng zwar nur für das Modell des elektrisch homogenen Untergrundes gilt, aber im allgemeinen auch unter davon abweichenden geologischen Situationen verwendet werden kann, wobei dann die Leitfähigkeit σ in (33) ähnlich einer scheinbaren Wechselfeld-Leitfähigkeit zu verstehen ist.^{†)}

^{†)} Das gleichstrom-elektrische Potentialfeld z.B. zweier entgegengesetzt gleicher Punktquellen Q_1 und Q_2 an der Oberfläche des homogenen Halbraumes lautet an einem Aufpunkt P

$$\gamma(P) = \frac{1}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

wenn r_1 und r_2 die beiden Quellpunkt-Aufpunkt-Distanzen darstellen. I ist die Stromstärke, die dem Halbraum bei Q_1 zugeführt (+I) und bei Q_2 entnommen (-I) wird. Bei nach unendlich strebenden Entfernungen r_1 und r_2 nähert sich das Potential $\gamma(P)$ asymptotisch dem Wert Null.

Die gleichstrom-elektrische scheinbare Leitfähigkeit (häufiger ist ihr Kehrwert, der scheinbare spezifische Widerstand $\rho_{\bar{s}}$, genannt) ist bei nicht-homogenem Untergrund von der Elektroden-Entfernung abhängig und stellt einen gewissen Mittelwert aller durch die Messung einbezogenen wahren Gesteinsleitwerte dar (BENTZ, 1961, S. 729). Das Potentialfeld $v(P)$ erzielt eine Erkundungstiefe, die sich vornehmlich nach dem Abstand der Elektroden richtet und durch ihre geometrische Anordnung festgelegt ist. Zusätzlich kann die Erkundungstiefe der Gleichstrom-Elektrik durch gutleitende Deck- und Zwischenschichten beeinträchtigt werden.

Ein ebenes Wechselfeld setzt sich hauptsächlich unter der hier erörterten Amplituden-Abnahme durch Gegeninduktion und unter Verringerung der Phasengeschwindigkeit in den Untergrund fort. Die über den gesamten, vom Wechselfeld erfaßten Tiefenbereich gemessene scheinbare Leitfähigkeit wird bei horizontaler Schichtung vorwiegend durch diejenige Gesteinsschicht beeinflusst, die die größte integrierte Leitfähigkeit $\int \sigma dz$ hat. Danach wird die an der Erdoberfläche gemessene scheinbare spezifische Wechselfeld-Leitfähigkeit am stärksten von der Schicht geprägt, in der die Normalfeld-Intensität mit der Tiefe am schnellsten abnimmt.

Befindet sich z.B. in 8 m Tiefe, bei $1/5$ der Skin-Tiefe einer Deckschicht mit dem spezifischen elektrischen Widerstand von $100 \Omega m$, die Oberkante einer zweiten geologischen Einheit mit dem spezifischen Widerstand $\rho_2 = 10^4 \Omega m$, so ist der scheinbare Wechselfeld-Widerstand $\rho_s = 600 \Omega m$. Für $\rho_2 = 10 \Omega m$ wird $\rho_s = 30 \Omega m$ (GEONICS, 1975). In beiden Fällen kann ρ_s nicht als Mittelwert angesehen und a priori mit dem scheinbaren spezifischen Widerstand $\rho_{\bar{s}}$ gleichgesetzt werden, den man mit einer Gleichstrom-Vier-Punkt-Methode mißt.

Die Eindringtiefe d_L wurde für die Frequenzen 15 und 25 kHz, die den von den Längswellen-Stationen benutzten Frequenz-Bereich seitlich abschließen (vgl. Tab. 1), berechnet und in Abb. 6 gegen den spezifischen elektrischen Widerstand ρ aufgetragen. So ergibt sich z.B. für eine in Mitteleuropa häufig anzutreffende Leitfähigkeit $\sigma = 0.33 \cdot 10^{-2} \frac{S}{m}$ ($\rho = 300 \Omega m$) eine ungefähre Eindringtiefe des Längswellen-Wechselfeldes von 60 m, d.h. in 60 m Tiefe ist das magnetische Normal-Wechselfeld auf den e-ten Teil (0.37) seiner an der Oberfläche vorhandenen Stärke gedämpft worden. Bei sehr guter Leitfähigkeit ($10^{-1} < \sigma < 1 \frac{S}{m}$) ist die Eindringtiefe auf weniger als 10 m begrenzt.

Führt man dagegen in sehr hochohmigen Gebieten, z.B. den Permafrost-Gebieten des kanadischen Nordens, Messungen nach der Methode der Induktion mittels künstlicher EM-Längswellen durch, werden unter diesen Bedingungen Leitungs- und Verschiebungsstromdichte fast gleich groß. Um eine Vorstellung von der Eindringtiefe des Verschiebungsstromes zu bekommen, wurde mittels der Dämpfungskonstanten für das verlustbehaftete Dielektrikum die frequenz-unabhängige Eindringtiefe d_V des Verschiebungsstromes

$$d_V = \frac{2}{\sigma} \cdot \left(\frac{\epsilon}{\mu}\right)^{1/2} \quad (\mu_r \approx 1, \epsilon_r \approx 10)$$

bestimmt und zusätzlich in Abb. 6 aufgenommen. Man sieht, daß bei spezifischen Gesteinswiderständen $\rho > 3 \cdot 10^4 \Omega m$ die Eindringtiefe des Verschiebungsstromes die des Leitungsstromes überholt.

Neben dieser von der Leitfähigkeit des Untergrundes bewirkten Amplituden-Abnahme erfährt das Längswellen-Feld beim Eindringen in den Untergrund eine erhebliche Verminderung seiner Wellenlänge (Dispersion). Beträgt die Freiluft-Wellenlänge 15 000 m ($f = 20$ kHz), so verkürzt

sich diese im Untergrund bei einem spezifischen elektrischen Widerstand $\rho = 300 \Omega \text{m}$ auf 400 m. Da die Erde ein dispersives Medium darstellt, läßt sich wegen $v = \lambda f = \frac{\omega}{\alpha}$ die Wellenlänge im elektrisch gutleitenden Medium nach

$$\lambda_L = 2 \left(\frac{\pi}{\mu \sigma f} \right)^{1/2}$$

und im schlechtleitenden Medium aus

$$\lambda_V = \frac{1}{f (\mu \epsilon)^{1/2}}$$

bestimmen, wobei in λ_V die Leitfähigkeit des Mediums nicht mehr eingeht.

Die beiden Diagramme der Abb. 7 und 8 zeigen die Dispersion des Längstwellenfeldes im gutleitenden Medium als Funktion des spezifischen elektrischen Widerstandes bzw. der Sender-Frequenz. In einem Vergleich der Abbildungen 6 - 8 erkennt man, daß die Amplitude des Längstwellenfeldes innerhalb eines Tiefen-Intervalles, das lediglich einen Bruchteil der Wellenlänge λ_L im leitfähigen Medium einnimmt, auf den e-ten Teil abnimmt. Für die Freiluft-Wellenlänge $\lambda = 12\,000 \text{ m}$ ($f = 25 \text{ kHz}$) und einen leitenden Halbraum mit $\rho = 10^2 \Omega \text{m}$ verringert sich die Wellenlänge im Medium auf $\lambda_L = 200 \text{ m}$, während die Skin-Tiefe schon bei 32 m erreicht ist.

Die Verkürzung der Wellenlänge wird durch die Verminderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit gleicher Schwingungszustände im Untergrund hervorgerufen. Die verlangsamte Phasen-Geschwindigkeit äußert sich in einer Differenz der Phasen: Zwischen dem in die Erde eingedrungenen und dem an der Oberfläche herrschenden Wechselfeld entsteht mit fortschreitender Eindringtiefe eine dem Betrage nach immer größer werdende negative Phasen-Differenz ϕ_1 . In der Skin-Tiefe ist $\phi_1 = -1 \text{ rad}$ bzw. -57° . Anhand der Abb. 9 kann die Phasen-Verzögerung

Abb. 6 Eindringtiefe des Längswellen-Normalfeldes bei elektrisch homogenem Untergrund.

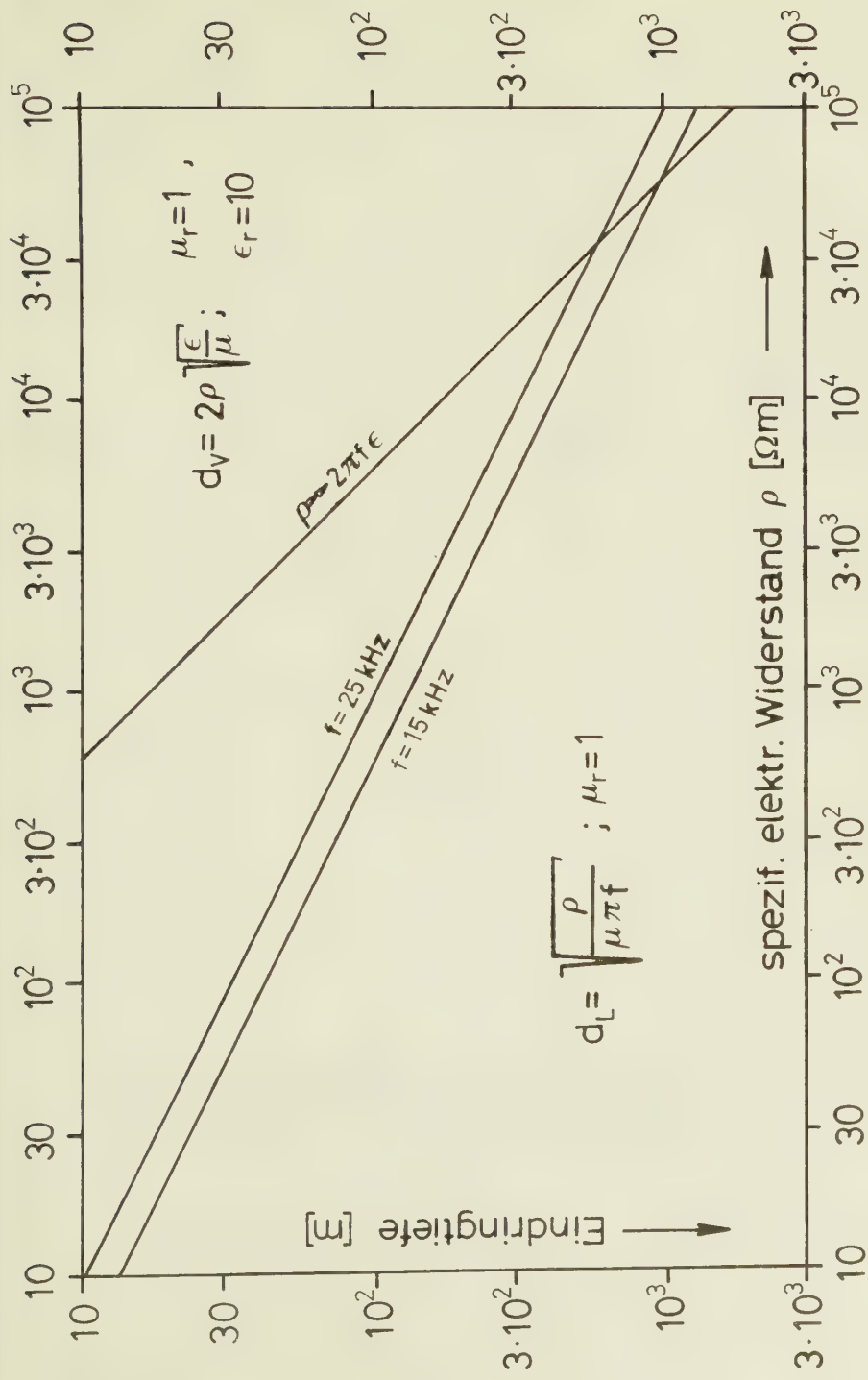


Abb. 7 Dispersion des Längstwellen-Normalfeldes im elektrisch homogenen Halbraum in Abhängigkeit vom spezifischen elektrischen Widerstand.

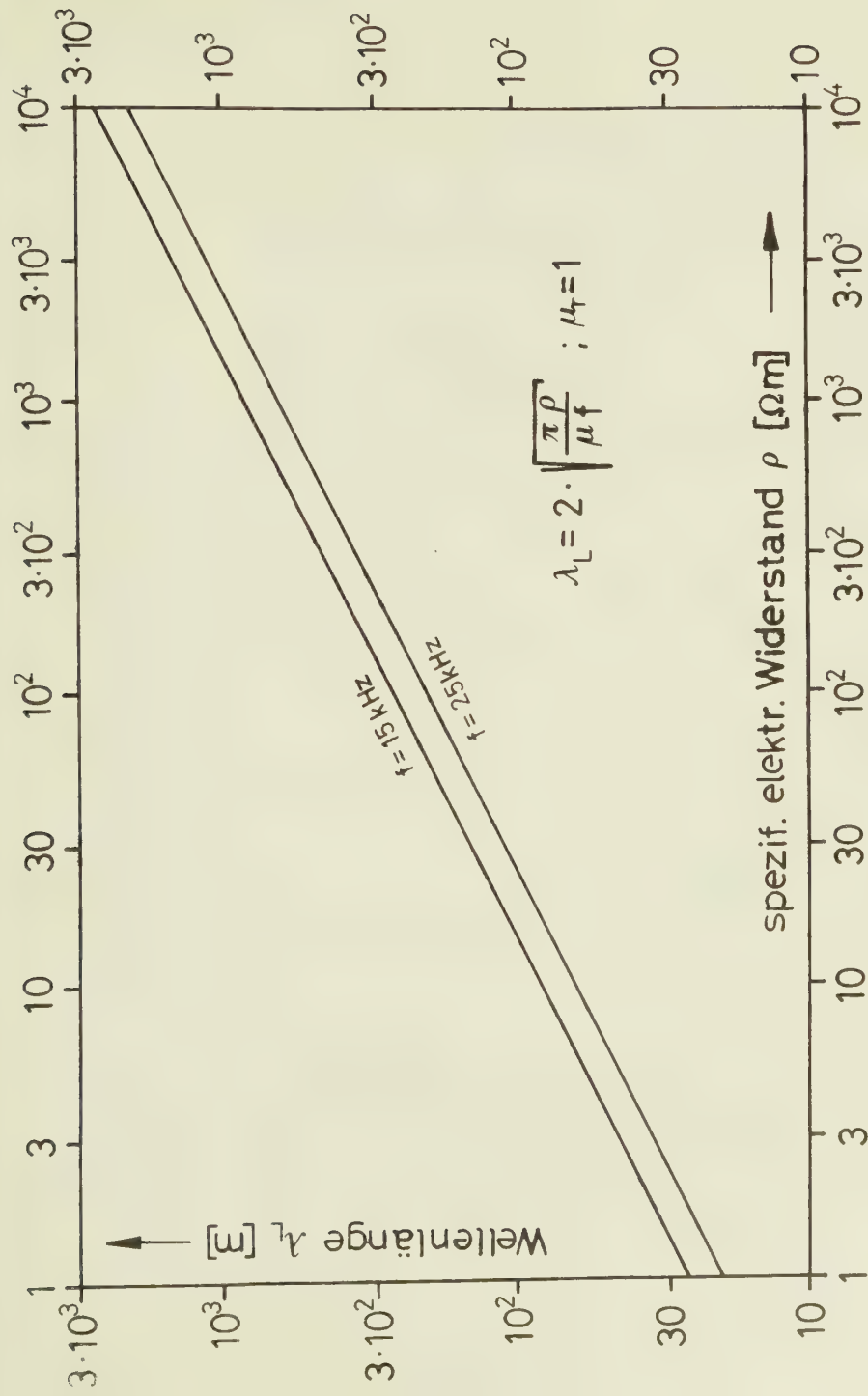


Abb. 8 Dispersion des Längswellen-Normalfeldes im elektrisch homogenen Halbraum in Abhängigkeit von der Senderfrequenz.

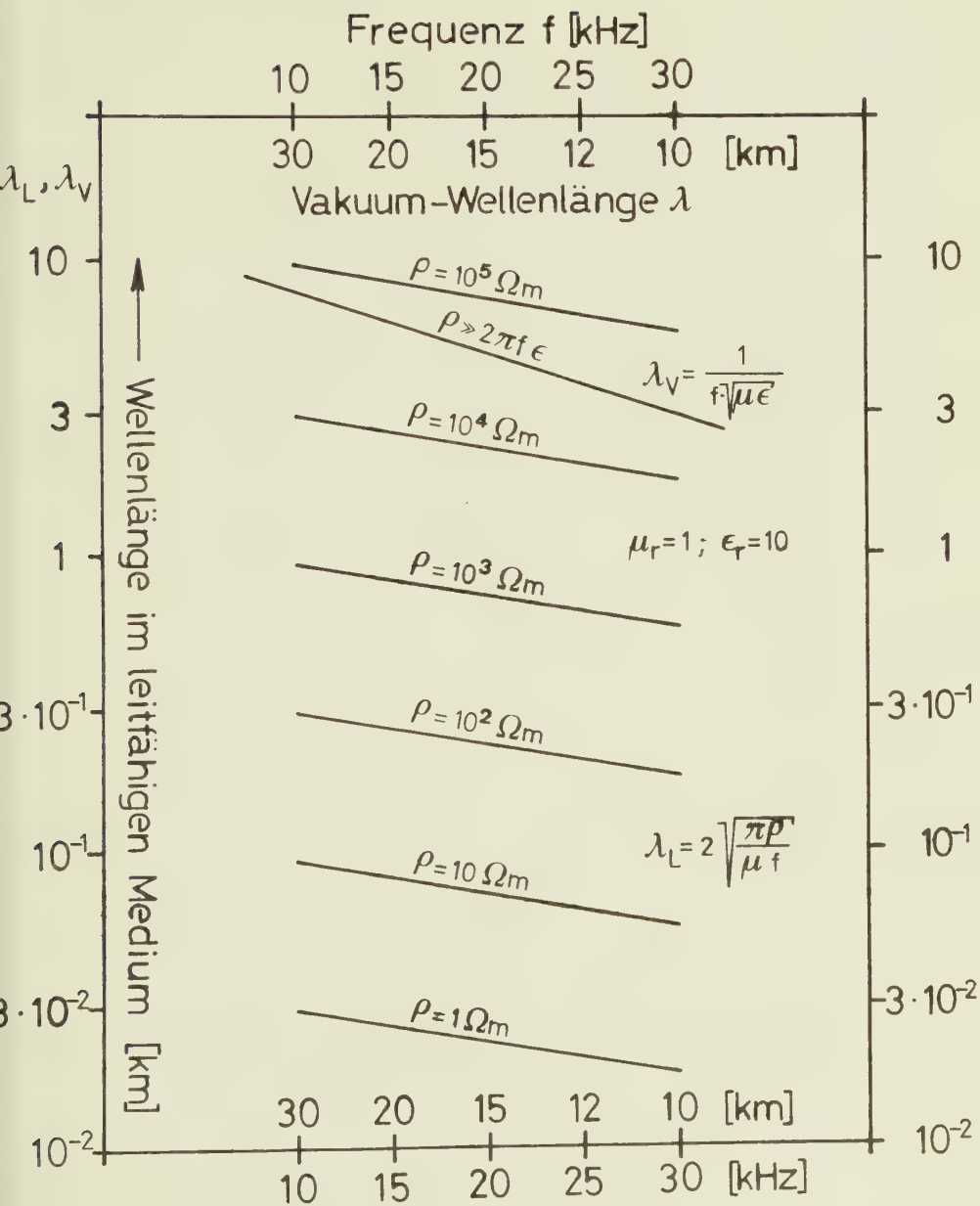
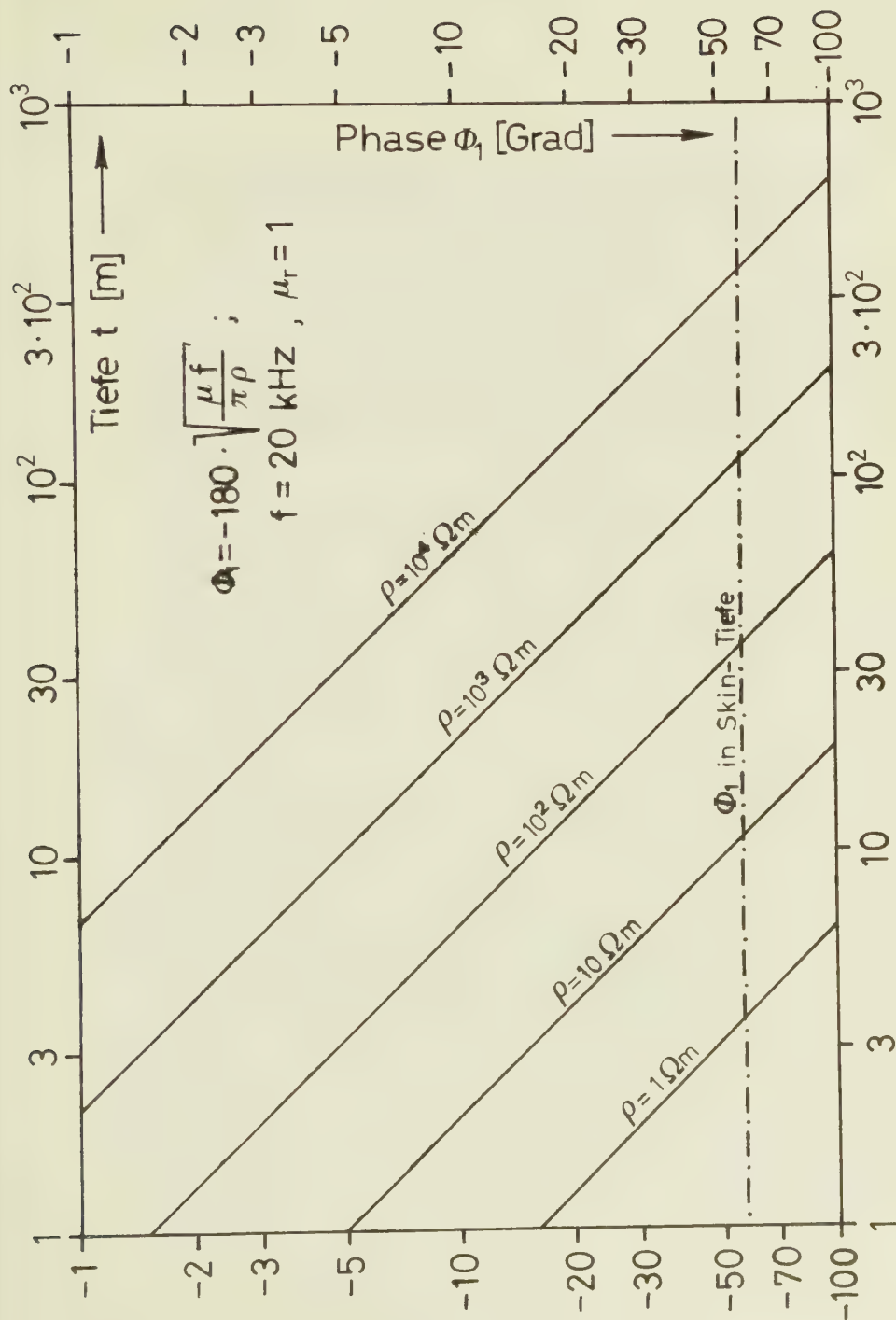


Abb. 9 Phase Φ_1 des Längstwellenfeldes im elektrisch
homogenen Halbraum als Funktion der Tiefe t .



des Längstwellen-Feldes in einer vorgegebenen Tiefe bei bekannter Leitfähigkeit des homogenen Untergrundes bestimmt werden. Dem Diagramm ist die Gleichung (32) zugrunde gelegt.

Nach dieser Beschreibung des physikalischen Verhaltens der Längstwelle im leitenden Medium kann bereits auf die geologischen Verhältnisse geschlossen werden, unter denen der Einsatz des Verfahrens der Induktion mittels künstlicher EM-Längstwellen für prospektionsgeophysikalische Untersuchungen nicht ratsam ist bzw. sich anbietet. Die Anwendung ist wenig sinnvoll

- in weiten Gebieten mit gutleitender ($\rho < 30 \Omega \text{ m}$) und mächtiger ($> 10 \text{ m}$) Deckschicht und
- in der Prospektion geologischer Stockwerke, die tiefer als 150 m liegen.

Dadurch ist die Prospektion auf mineralische Rohstoffe des Basements ausgedehnter, geologisch junger Sedimentationsbecken ausgeschlossen, z.B. in der Norddeutschen Tiefebene oder in den voralpinen Molasse-Gebieten.

Der Einsatz des diskutierten Meßverfahrens empfiehlt sich dagegen in Gebieten geringmächtiger oder fehlender gutleitender Deckschicht überall dort, wo die geologischen Einheiten, denen die Mineralisation assoziiert sein könnte, nicht tiefer als 150 m gelagert sind. Solche Gebiete sind z.B. in Mitteleuropa die Gebirge des im Tertiär angehobenen Rhenohercynikums, der Böhmisches Masse oder der Alpen, in Nordamerika die Areale des präkambrischen Kanadischen Schildes, in Südamerika die der präkambrischen Ablagerungen des Zentralbrasiliänischen Berglandes.

2.2.4 Frequenz-Abhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit der Gesteine bei 10 bis 30 kHz

In der Höchsthfrequenz-Technik ist die Abhängigkeit des elektrischen Leitvermögens von der Frequenz f

$$\sigma = \sigma(f)$$

theoretisch und experimentell untersucht worden. Im Gegensatz zu der statischen Gleichstrom-Leitfähigkeit wird nach BECKER-SAUTER (1964) die von der Frequenz abhängige Leitfähigkeit $\sigma_f = \sigma(f)$ als dynamische Leitfähigkeit bezeichnet.

Bei metallischen (elektronischen) Leitern können die Leitungselektronen bei wachsender Frequenz wegen ihrer Massen-Trägheit dem elektromagnetischen Feld immer schwerer folgen, so daß das Leitvermögen abnimmt und die zeitliche Änderung $\frac{dj}{dt}$ der elektrischen Stromdichte schließlich mit dem $\vec{E}$ -Feld phasengleich wird. In diesem Fall hat man es mit Feldern zu tun, deren Wellenlänge so klein ist, daß sie mit den Dimensionen von Molekülen und Atomen vergleichbar sind.

Das Leitvermögen in situ befindlicher Gesteine beruht jedoch in erheblichem Maß auf der Ionen-Leitung. Da die Gesteine von der Bergfeuchtigkeit durchdrungen sind, sammelt sich in den Kluft- und Porenräumen Wasser, das als elektrolytische Flüssigkeit wirkt. Daher hängt die Leitfähigkeit von der Flüssigkeitsmenge sowie von der Art und Anzahl der gelösten Ionen ab. Gesteine mit Erz-Imprägnationen weisen sowohl elektrolytische als auch elektronische Leitfähigkeit auf. Bei tieferen Frequenzen tritt diese Abnahme des elektronischen Leitvermögens nicht auf. Als ungefähre Grenze, ab der mit dem dynamischen Leitfähigkeitswert gerechnet werden muß, wird häufig eine Frequenz von 30 MHz (Freiluft-Wellenlänge $\lambda = 10 \text{ m}$) angegeben. Unterhalb dieser Frequenz

wird der statische Wert der Leitfähigkeit benutzt.

Im Gegensatz zu dieser Annahme ist aber bei Gesteinen ein je nach Art verschieden großer Frequenz-Gang auch bei tieferen Frequenzen ($f < 100$ kHz) festgestellt worden (FRASER & WARD, 1967). Diese Erscheinung ist auf die Zwischenwand-Polarisation zurückzuführen, die durch die kapazitiven Auswirkungen des zwischen den elektrolyt-gefüllten Porenräumen und den Gesteinspartikeln bestehenden Widerstandscontrastes hervorgerufen wird. GRISSEMANN (1971) hat im Frequenz-Bereich bis 10 kHz an vererzten Gesteinsproben eine Erhöhung der Leitfähigkeit gegenüber ihrem statischen Wert gemessen, die - bezogen auf eine logarithmische Frequenz-Dekade - 10 bis 20 % beträgt. Diesen Effekt macht man sich in der Prospektionsgeophysik mit der Methode der Induzierten Polarisation (I.P.) bei Frequenzen von 0.1 bis 10 Hz meßtechnisch zunutze. Die galvanisch induzierte Polarisation tritt immer dann auf, wenn metallisch leitende Erzaggregate mit dem in den Gesteinsproben gelösten Elektrolyten in Kontakt stehen (BITTERLICH & WÖBKING, 1972). Durch einen elektrochemischen Prozeß wird bei Stromfluß die Ladung an die Erzpartikel abgegeben bzw. von dort aufgenommen.

Da der Längswellen-Bereich (f : 10 - 30 kHz) lediglich wenig mehr als ein Fünftel einer Frequenz-Dekade umfaßt, ist die mögliche Verbesserung des Leitvermögens in diesem Frequenz-Intervall insgesamt entsprechend kleiner. Oberhalb 10 kHz soll die Zunahme der Leitfähigkeit ausklingen. Deshalb wird angenommen, daß für $10 \text{ kHz} < f < 30 \text{ kHz}$

$$\sigma = \text{const.}$$

gilt und die Frequenz-Abhängigkeit des Leitvermögens für die Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen unbedeutend ist.

2.3 Das magnetische, elliptisch polarisierte Gesamtfeld an der Erdoberfläche über einer gutleitenden Einlagerung im sonst homogenen elektrischen Halbraum

Für die Beschreibung des magnetischen Normal-Wechselfeldes ist es zweckmäßig gewesen, die Erde als elektrisch leitendes, homogenes Medium zu betrachten. Für die folgenden Erörterungen der anomalen Magnetfeld-Anteile wird vorausgesetzt, daß die Erde ein elektrisch leitendes Medium ist, in dem sich das Leitvermögen lateral verändert, so daß für die Leitfähigkeit die Abhängigkeit $\sigma = \sigma(s)$ formuliert werden kann, wenn die Distanz s z.B. den Meßpunkt-Abstand bezeichnet.

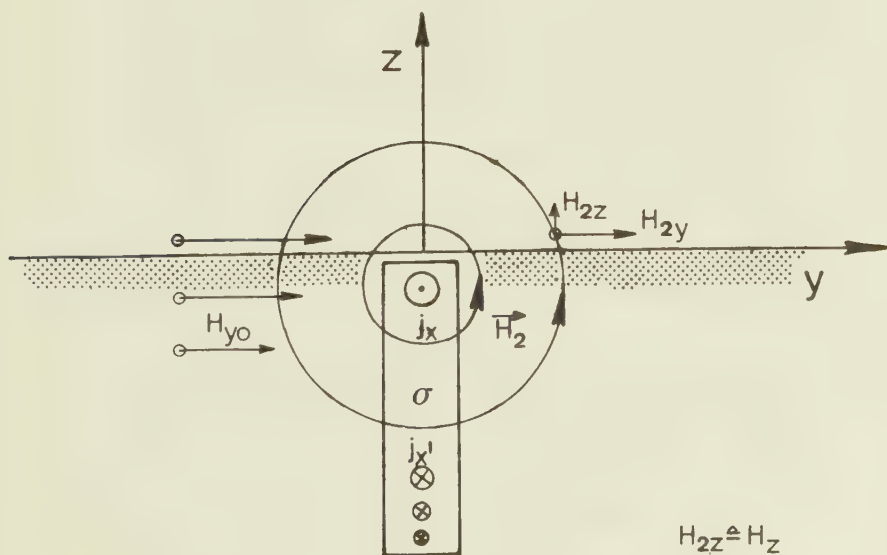
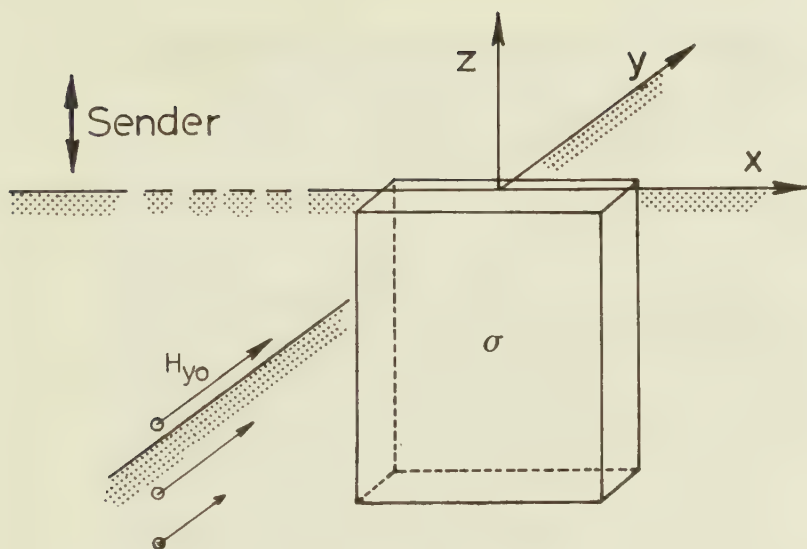
2.3.1 Die Induktion des anomalen magnetischen Wechselfeldes durch eine laterale Inhomogenität der elektrischen Leitfähigkeit

In die x -Richtung des kartesischen Koordinaten-Systems, die nach der Beschreibung in Abschn. 2.2.1 in die Richtung zum Sender orientiert ist, werde ein elektrisch gut leitfähiger, z.B. plattenförmiger Gesteinskörper so gelegt, daß sein Streichen mit der Richtung der x -Achse übereinstimmt (Abb. 10a) und das magnetische Normalfeld H_{y0} senkrecht zu ihm auftrifft. Das Feld H_{y0} induziert dann elektrische Wirbel, die zu einem im gutleitenden plattenförmigen Gesteinsleiter in x -Richtung fließenden Strom der Dichte $\vec{J}$ veranlassen. Wegen des Skin-Effektes ist dieser Strom in den oberflächennahen Teilen des gutleitenden Gesteins konzentriert. Der im Gesteinskörper gebildete Stromkreis schließt sich, indem der Strom in den tiefer gelegenen Bereichen des plattenförmigen Körpers wegen des dort bereits stark abgeschwächten Normalfeldes über eine größere Fläche verteilt in entgegengesetzter Richtung zurückfließt. Die induzierte Stromdichte $\vec{J}$

Abb. 10

a) Gesteinskörper der elektrischen Leitfähigkeit σ in E-polarisierender Streichrichtung.

b) Magnetfeld $\vec{H}_2$ des Induktionsstromes $\vec{J}$, der durch das magnetische Normal-Wechselfeld H_{y0} in einem nach Abb. 10a orientierten Gesteinskörper der Leitfähigkeit σ erzeugt wird.



verursacht ihrerseits entsprechend den Feld-Gleichungen

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = (\text{rot } \vec{E})_z = \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}$$

und

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = (\text{rot } \vec{E})_y = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

ein magnetisches Wirbelfeld $\vec{H}_2$, das sich mit dem magnetischen Normal-Wechselfeld H_{y0} überlagert (Abb. 10b). Die Phase des anomalen Magnetfeldes $\vec{H}_2$ ist im allgemeinen gegenüber der des Normal-Wechselfeldes verzögert. Infolge der Superposition von H_{y0} und $\vec{H}_2 = (0, H_{2y}, H_{2z})$ bildet sich eine lokale Anomalie des Längstwellen-Magnetfeldes.

Da der Vektor des magnetischen Normal-Wechselfeldes und der des induzierten anomalen Magnetfeldes an einem Ortspunkt eines in y-Richtung über den gutleitenden Gesteinskörper führenden Profils in verschiedener Richtung und mit anderem Schwingungszustand oszillieren, kann die an der Erdoberfläche resultierende Magnetfeld-Komponente nicht einfach nach dem Parallelogramm-Gesetz der Vektor-Rechnung ermittelt werden. Nur genau über dem gutleitenden plattenförmigen Gesteinskörper verschwindet die anomale Vertikal-Komponente H_{2z} , so daß das Gesamtfeld an diesem einen Ortspunkt horizontal gerichtet und durch die anomale horizontale Feldkomponente H_{2y} verstärkt ist.

Die $\vec{E}$ - und $\vec{H}$ -Feldvektoren, die an diesem Induktionsvorgang beteiligt sind, haben eine unterschiedliche Anzahl von Komponenten. Das $\vec{E}$ -Feld besitzt lediglich eine Komponente in Richtung der x-Achse:

$$\vec{E} = (E_x, 0, 0);$$

dagegen setzt sich das magnetische Gesamt-Wechselfeld aus zwei Feldkomponenten zusammen

$$\vec{H} = (0, H_y, H_z).$$

Hierbei sind

$$H_y = H_{y0} + H_{2y}$$

und H_z die Vertikal-Komponente H_{2z} des anomalen Magnetfeldes. Das E-Feld ist linear polarisiert und gibt die Streichrichtung der elektrisch leitfähigen Struktur an. Deshalb wird dieser Induktionsvorgang in der Magnetotellurik als Fall der E-Polarisation bezeichnet (s.z.B. REITMAYR, 1974). Das magnetische Gesamt-Wechselfeld dagegen ist in der Nähe gutleitender Gesteinskörper elliptisch polarisiert, weil die Komponenten H_y und H_z zwar mit gleicher Kreisfrequenz ω schwingen, sich aber in Phase und Amplitude unterscheiden. Das elliptisch polarisierte magnetische Drehfeld soll weiter unten im Abschnitt 2.3.5 diskutiert werden, um aus der Gleichung der Feld-Ellipse die beiden Meßgrößen bestimmen zu können.

2.3.2 Die Phase des anomalen magnetischen Wechselfeldes

Die Phase ϕ des anomalen Magnetfeldes wird auf den Schwingungszustand der an der Erdoberfläche existenten horizontalen Magnetfeld-Komponente H_y bezogen. Sie ist die Summe mehrerer Veränderungen des Schwingungszustandes, die das Normal-Wechselfeld beim Eindringen in den leitfähigen Untergrund und das induzierte anomale Magnetfeld auf dem Weg zur Erdoberfläche erfahren.

Ihr Zustandekommen läßt sich wieder an dem Modell der gutleitenden dünnen Platte erläutern: In der Überdeckung der Leitfähigkeit σ_{De} und der Mächtigkeit d_{De} wird das Normal-Wechselfeld um die Phase ϕ_1 verzögert (siehe Abschnitt 2.2.3). Nach Durchqueren der Deckschicht dringt es in das schwächer leitfähige Nebengestein ($\sigma_{Ne} < \sigma_{De}$) ein. Die hier auftretende negative Phasen-Verschiebung ϕ_2 wird maßgeblich vom Leitvermögen des Nebengesteins σ_{Ne} und der vertikalen Distanz der Platten-Oberkante zum Liegenden der Deckschicht bestimmt. Da das Normal-Wechselfeld sich im Untergrund exponentiell abschwächt und das anomale Feld über die gleich lange Strecke in umgekehrter Richtung an die Erdoberfläche gelangen muß, um dort meßbar zu sein, kann für die Summe der Phasen ($\phi_1 + \phi_2$) ein effektiver maximaler Wert von $\pi/4 = 0.8 \text{ rad}$ angesetzt werden. Denn die Amplitude des anomalen Feldes hat in diesem Fall an der Erdoberfläche den $e^{-\pi/2}$ -Teil, i.h. ein Fünftel der Stärke des Normalfeldes, optimale elektromagnetische Kopplung zwischen gut leitfähiger Einlagerung und Längstwellenfeld vorausgesetzt. Das den gutleitenden Gesteinskörper anregende Normal-Wechselfeld ist demnach relativ zum entsprechenden Schwingungszustand an der Erdoberfläche um die Phase

$$(\phi_1 + \phi_2) > -45^\circ$$

verzögert.

Nach dem Induktionsgesetz (7) wird in dem Leiter-Kreis des plattenförmigen Gesteinskörpers die Spannung $\vec{U}_{12}$ erzeugt, die gegenüber dem anregenden Feld um $\frac{\pi}{2}$ nacheilt. Der zugehörige Wechselstrom $\vec{I}_1$ wird nach dem Oersted-Gesetz (8) von dem interessierenden magnetischen Sekundärfeld $\vec{H}_2$ begleitet. Stellt man sich den Leiter-Kreis in allereinfachster Näherung als eine Parallel-Schaltung eines Ohmschen, eines induktiven und eines kapazitiven Widerstandes vor, so läßt sich die zwischen $\vec{U}_{12}$ und $\vec{H}_2$ bestehende Phasen-Differenz ϕ_3 nach der Beziehung

$$\tan \phi_3 = - \frac{\omega}{R} (L - C(R^2 + \omega^2 L^2))$$

abschätzen (s. z.B. BERGMANN-SCHAEFER, 1971, S. 285 ff). Es fällt auf, daß ϕ_3 in erheblichem Maße von der Kreisfrequenz ω des Meßsystems beeinflusst wird. Der Tangens dieser Phase steht in direkter Proportionalität zum Leitwert $1/R$ des Ohmschen Widerstandes und zur Induktivität L des Leiterkreises.

Mit dem Kondensator C soll die Gesamtheit aller in einem leitfähigen Gesteins- bzw. Erzkörper auftretenden Kapazitäten berücksichtigt sein: Infolge des in einem mineralisierten Gesteinskörper häufig stattfindenden Überganges von Ionen- zu Elektronen-Leitung und umgekehrt bilden sich an jeder Trennfläche zwischen dem als Elektrolyt wirksamen Porenwasser und den metallischen Partikeln entgegengesetzt geladene Ionen-Belege, die die Stromleitung wie ein Kondensator beeinflussen. Der Strom verursacht ein dauerndes Auf- und Entladen dieser Ionen-Doppelschicht (FRASER & WARD, 1967). Ladungsträger überwinden diese Grenzfläche nicht. Bei sehr hohen Frequenzen wird die Impedanz der Doppel-Schicht zunehmend frequenz-unabhängig, da die Ionen wegen ihrer Massenträgheit der aufgeprägten Frequenz nicht mehr folgen können. Neben dieser nicht-faraday-

ischen Kapazität C_{nf} eines mineralisierten Gesteinskörpers muß nach FRASER & WARD (1967) noch eine intergranulare Kapazität C_{gr} berücksichtigt werden, die auf einer kapazitiven Kopplung der einzelnen metallischen Teilchen beruht. Bei disseminierter Mineralisation wird C_{gr} am größten sein. Die Kapazität C des Leiter-Kreises setzt sich aus den parallel wirksamen Teil-Kapazitäten C_{nf} und C_{gr} zusammen:

$$C = C_{nf} + C_{gr}.$$

Das Vorzeichen der Phase Φ_3 bestimmt sich danach, ob

$$\frac{L}{R} \gtrless \frac{C}{R} (R^2 + \omega^2 L^2)$$

ist. Für einen schlechten Wechselstrom-Leiter ($C \rightarrow 0$) strebt Φ_3 gegen $-\pi/2$, wenn R klein bleibt. Dagegen nähert sich Φ_3 bei einem guten Leiter mit hohen kapazitiven Eigenschaften ($C \rightarrow \infty$) dem Wert $+\pi/2$, und der Strom $\vec{I}_1$ bzw. das anomale Magnetfeld $\vec{H}_2$ besitzen dann gegenüber $\vec{U}_{12}$ eine Phasen-Vorellung. Bei der Ausbreitung durch Nebengestein und Deckschicht in Richtung zur Erdoberfläche erfährt $\vec{H}_2$ eine Verzögerung Φ_4 , die in etwa $(\Phi_1 + \Phi_2)$ beträgt. Die Summe Φ aller Einzel-Phasen lautet also:

$$(35) \quad \Phi \approx -2(\Phi_1 + \Phi_2) - \left(\frac{\pi}{2} \pm \Phi_3\right).$$

Die Gesamt-Phase Φ ist positiv, d.h. das induzierte anomale Feld eilt dem magnetischen Normal-Wechselfeld vor, wenn die Ungleichung

$$-\left(\frac{\pi}{2} - \Phi_3\right) > -2(\Phi_1 + \Phi_2)$$

gilt; in allen übrigen Fällen ist Φ negativ. Zusammenfassend ist in Abb. 11 ein Vektor-Diagramm gezeigt, das in der Gaußschen Zahlenebene die im Untergrund auftretende Verzögerung des Schwingungszustandes und die

Amplituden-Abnahme von magnetischem Normal- und anomalem Feld darstellt.

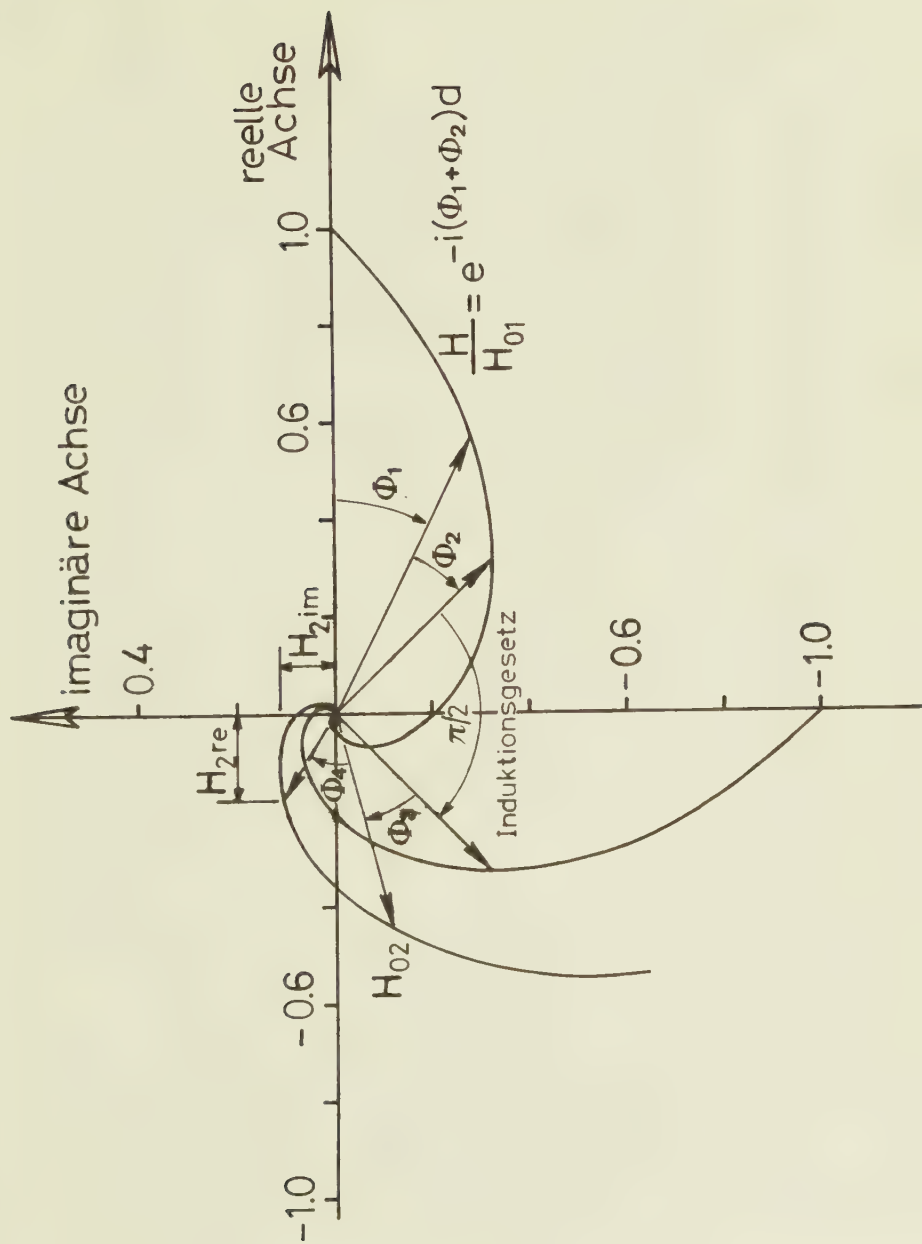
Mittels (35) läßt sich beurteilen, ob der Real-Teil des anomalen vertikalen Magnetfeldes $H_z \cos \phi$ und der Imaginär-Teil $H_z \sin \phi$ gleiche oder entgegengesetzte Vorzeichen aufweisen. In der folgenden Tabelle 3 sind deshalb für den guten und schlechten Wechselstrom-Leiter vier Grenzfälle berechnet und eingetragen. Es resultiert, daß die Gesamt-Phase ϕ maßgeblich von den elektrischen Eigenschaften des Gesteinskörpers, die sich in Betrag und Vorzeichen der Phase ϕ_3 äußern, bestimmt wird. Umgekehrt lassen sich mit Hilfe dieser Tabelle schon wichtige Aussagen über die Beschaffenheit des elektrisch leitenden Störkörpers machen, über dem ein anomales magnetisches Wechselfeld geortet wurde.

Abb. 11 Phase und Amplituden-Abnahme des magnetischen Normal- und anomalen Wechselfeldes, dargestellt in der Gauß'schen Zahlenebene. Die Amplitude H_{01} des magnetischen Normal-Wechselfeldes an der Erdoberfläche ist gleich 1, die Phase gleich Null gesetzt. Der Zeiger $H/H_{01} = H = \exp(-i(\phi_1 + \phi_2) \cdot d)$ gibt Betrag und Phase des Feldes in der Tiefe d relativ zu dem an der Erdoberfläche existierenden Normal-Wechselfeld an. Die Spitze des Zeigers H/H_{01} beschreibt eine logarithmische Spirale, für die der Koordinaten-Ursprung asymptotischer Punkt ist.

Das magnetische Normal-Wechselfeld wird beim Durchqueren der Oberflächen-Deckschicht um die Phase ϕ_1 und beim Eindringen in das darunter anstehende Nebengestein um die Phase ϕ_2 verzögert. Das Normal-Wechselfeld der Amplitude

$$H = \exp(-i(\phi_1 + \phi_2) \cdot d)$$

induziert in einem gutleitenden Gesteinskörper, dessen Oberkante sich in der Tiefe d befindet, das anomale Magnetfeld der Amplitude H_{02} , das sich vom induzierenden Feld um die Phase $(\phi_3 + \pi/2)$ unterscheidet. Auf dem Weg an die Erdoberfläche wird das anomale Feld im Nebengestein und in der Oberflächen-Deckschicht um die Phase ϕ_4 verzögert, wobei seine Intensität exponentiell abnimmt. Die durch die Form des gutleitenden Gesteinskörpers auftretende geometrische Amplitudenschwächung ist unberücksichtigt.



Phase Φ						
	in Deck- schicht und Nebengestein $-(\Phi_1 + \Phi_2)$	im elektrisch leitenden Störkörper $-(90^\circ + \Phi_3)$	Gesamt- Phase Φ	$\sin \Phi$ $(\sin(-\Phi) = -\sin \Phi)$	$\cos \Phi$ $(\cos(-\Phi) = \cos \Phi)$	Gegen- läufige Anomalie
A. In leitfähigem Nebengestein						
1. tief gelegener schlechtleitender Störkörper	-45°	$< -90^\circ$	$-(180^\circ + \Phi_3)$	$-\sin(180^\circ + \Phi_3) =$ $\sin \Phi_3$	$\cos(180^\circ + \Phi_3) =$ $-\cos \Phi_3$	ja
2. tief gelegener gutleitender Störkörper	-45°	$> -90^\circ$	$-(180^\circ - \Phi_3)$	$-\sin(180^\circ - \Phi_3) =$ $-\sin \Phi_3$	$\cos(180^\circ - \Phi_3) =$ $-\cos \Phi_3$	nein
B. In hochohmigem Nebengestein oder oberflächennah gelegener						
1. schlechtleitender Störkörper	0°	$< -90^\circ$	$-(90^\circ + \Phi_3)$	$-\sin(90^\circ + \Phi_3) =$ $-\cos \Phi_3$	$\cos(90^\circ + \Phi_3) =$ $-\sin \Phi_3$	nein
2. gutleitender Störkörper	0°	$> -90^\circ$	$-(90^\circ - \Phi_3)$	$-\sin(90^\circ - \Phi_3) =$ $-\cos \Phi_3$	$\cos(90^\circ - \Phi_3) =$ $\sin \Phi_3$	ja

Tabelle 3: Phase des anomalen induzierten Magnetfeldes in Abhängigkeit von der Tiefenlage und dem Leitvermögen eines elektrischen Störkörpers.

2.3.3 Die Erkundungstiefe

Die Intensität des anomalen Magnetfeldes bzw. einer seiner Komponenten an der Erdoberfläche hängt von der Tiefe ab, in der sich die Oberkante der leitfähigen Einlagerung befindet. Sobald die Meßwerte die Amplitude des störenden, sogenannten Rauschpegels unterschreiten, ist die Anomalie nicht mehr festzustellen und die Grenze der Erkundungstiefe erreicht. Der Rauschpegel bestimmt sich aus den systematischen und zufallsbedingten Meßfehlern (Geräte-Rauschpegel) sowie aus der nicht modellmäßigen Gegebenheit der geologischen Situation von Überdeckung, Nebengestein und gutleitendem Gesteinskörper (geologisches Rauschen).

Die Amplituden-Abnahme des Wellen-Signals ist auf die Gegeninduktion (s. Abschn. 2.2.3) und auf den Einfluß der Geometrie des Sender-Feldes und des gutleitenden Gesteinskörpers zurückzuführen. Da das magnetische Normal-Wechsel-feld in hinreichend großem Abstand vom Sender als homogen und eben betrachtet werden darf, ist es ohne geometriebedingte Intensitätsschwächung. Aus Gleichung (26b) berechnet sich seine Amplituden-Abnahme im elektrisch leitenden Medium nach

$$(36) \quad H = H_{01} e^{-\left(\frac{\mu \sigma \omega}{2}\right)^{1/2} d}$$

(H: Amplitude des Normal-Wechsel-feldes im leitenden Medium; H_{01} : Amplitude an der Erdoberfläche; d: Entfernung der Störkörper-Oberkante zur Erdoberfläche; σ : Leitvermögen des Nebengesteins und/oder der Deckschicht).

Greift man wieder auf das Modell einer dünnen gutleitenden Gesteinsplatte zurück, so induziert das abgeschwächte Normal-Wechsel-feld H_{y0} in dem plattenförmigen Gesteinskörper ein Stromsystem, das längs der Körper-Oberkante

einen horizontalen Linienstrom bildet. Dieser Linienstrom ist für das zur Erdoberfläche gelangende Meßsignal hauptsächlich verantwortlich. Sein Magnetfeld breitet sich an die Erdoberfläche aus, wobei die Amplitude wegen der Zylinder-Geometrie proportional $1/d$ abnimmt. Da die Deckschicht wieder durchdrungen wird, erfolgt nach Beziehung (36) nochmals eine durch Gegeninduktion bedingte Intensitätsminderung.

Die wirksame gesamte Feldabnahme setzt sich aus der zweimaligen durch Gegeninduktion verursachten Amplitudenschwächung beim Durchdringen der Deckschicht auf dem Weg nach unten und oben und der geometrisch bedingten bei der Ausbreitung des anomalen Magnetfeldes zusammen. Folglich lautet die Amplitude H_{02} des induzierten anomalen Magnetfeldes an der Erdoberfläche

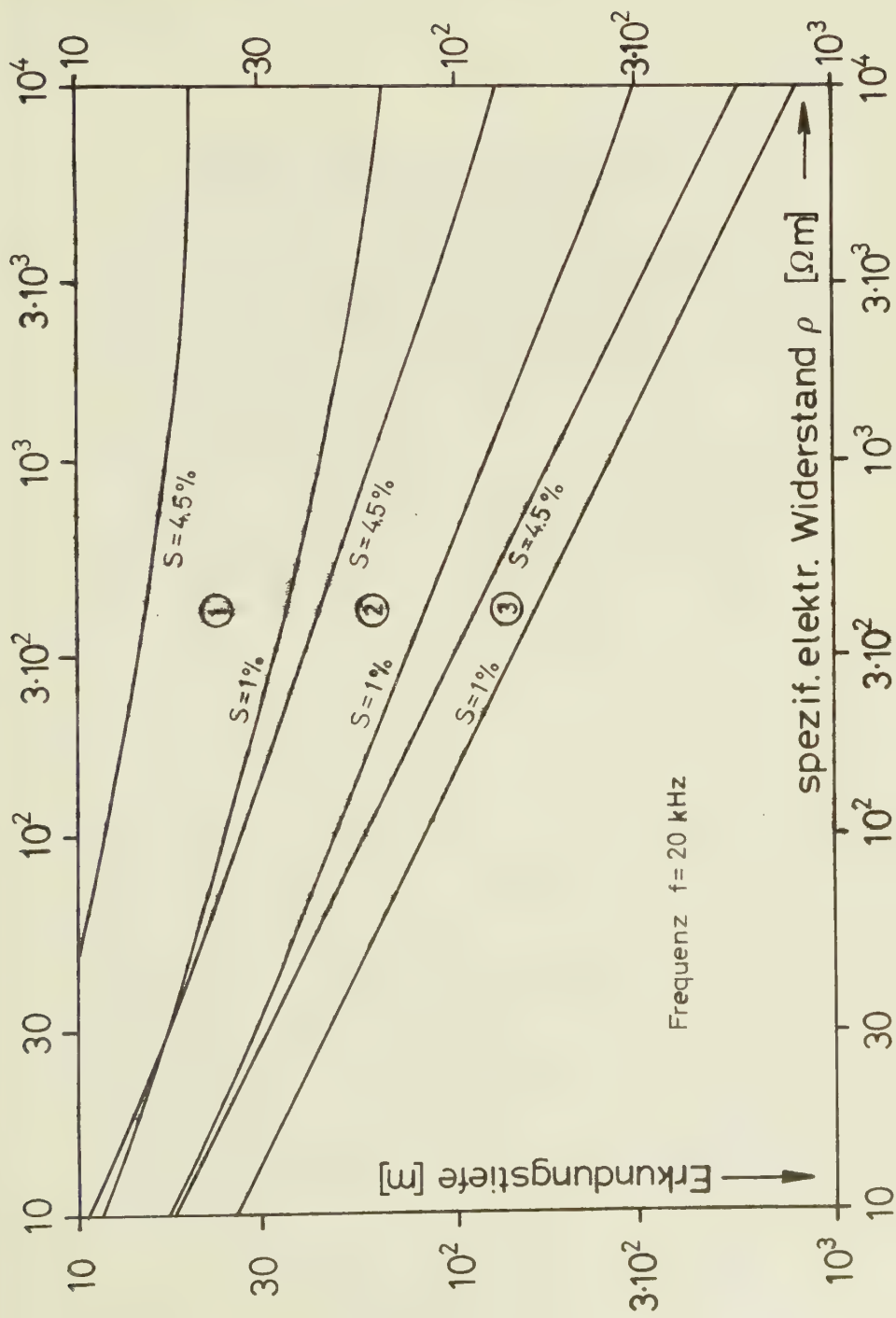
$$(37) \quad H_{02} = \frac{H_{01}}{d} e^{-(2 \mu \sigma \omega)^{1/2} d}.$$

Da vererzte Zonen selten genau dem Modell der dünnen gutleitenden Platte entsprechen, ist die geometrisch bedingte Amplituden-Abnahme des anomalen Magnetfeldes im Einzelfall nicht genau bestimmbar. GREINWALD (1975) hat geäußert, daß die geometrisch bedingte Amplituden-Abnahme bei mächtigeren elektrisch leitfähigen Gesteinskörpern schwächer ist und sich annähernd wie $d^{-1/2}$ verhält, so daß sich die Erkundungstiefe vergrößert.

Geht man z.B. von einer einprozentigen Rauschpegel-Amplitude aus, d.h. wird eine Signalstärke $S = H_{02}/H_{01} = 0.01 = 1\%$ für alle durch Meßfehler und geologische "Unreinheiten" bedingten Störsignale angenommen, so läßt sich aus (37) bei bekanntem Leitvermögen die maximale Erkundungstiefe bestimmen. Im Diagramm der Abb. 12 ist dies für einen Rauschpegel von 1 % und 4.5 % bei der Frequenz 20 kHz ausgeführt worden. Die Erkundungstiefe ist gegen den spezifischen elektrischen Widerstand der Überdeckung des gut-

Abb. 12 Erkundungstiefe der Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen als Funktion des spezifischen elektrischen Widerstandes ρ der Deckschicht und der durch Meßfehler und geologische "Unreinheiten" verursachten Störsignal-Amplitude $S = H_{02}/H_{01}$ bei einer Frequenz von 20 kHz.

Die arabischen Ziffern bezeichnen verschiedene, im Text diskutierte Modell-Vorstellungen über die geometrisch bedingte Intensitätsabnahme des induzierten Magnetfeldes $\vec{H}_2$.



leitenden Gesteinskörpers aufgetragen. Es zeigt

- die Kurve 1 die maximale Erkundungstiefe bei Intensitätsminderung durch Gegeninduktion und geometrisch bedingter Amplituden-Abnahme gemäß $1/d$, wie sie für das Modell der dünnen Platte zutreffend ist;
- die Kurve 2 die maximale Erkundungstiefe bei Intensitätsminderung durch Gegeninduktion und geometrisch bedingter Amplituden-Abnahme gemäß $1/\sqrt{d}$, die für mächtige, leitfähige Einlagerungen anzunehmen ist;
- die Kurve 3 die maximale Erkundungstiefe bei ausschließlicher Intensitätsminderung durch Gegeninduktion.

Ein Vergleich aller Kurven verdeutlicht, wie sehr die Amplitude S des Rauschpegels die Erkundungstiefe beschränkt. Die tatsächlich nutzbare Erkundungstiefe wird zwischen den Kurven 1 und 2, meist aber der Kurve 1 näher liegen.

2.3.4 Der lineare Zusammenhang zwischen den magnetischen Komponenten des Radio-Längstwellenfeldes

Bevor die Zusammensetzung der verschiedenen magnetischen Feldkomponenten zu dem elliptisch polarisierten Drehfeld betrachtet wird, ist es nützlich, magnetisches Normal- und anomales Wechselfeld nach ihren Komponenten zu nennen und die lineare Beziehung zwischen Horizontal- und Vertikal-Feld anzugeben.

Es sei die Existenz eines elektrisch leitenden Halbraumes angenommen, in dem eine im Streichen unendliche (zweidimensionale), dünne vertikale gutleitende Platte eingelagert ist. Ihr Streichen zeigt zu einem weit entfernt, oberhalb der Grenzfläche Luft - Erde aufgestellten, senkrecht oszillierenden Dipol.

Ein Koordinaten-System ist so orientiert, daß

- die x-Achse in der Streichrichtung der Platte liegt und in die Position des Dipols weist;
- die y-Achse senkrecht zur Streichrichtung der Platte verläuft und
- die z-Achse die Dipol-Achse ist.

Das vom Dipol abgestrahlte äußere, nur in y-Richtung bestehende Magnetfeld $H_y^{(e)}$ ist von zeitlich harmonischem Verlauf, homogen und eben in einem Raum, dessen Durchmesser groß ist gegenüber der Eindringtiefe. Infolge der inneren Selbstinduktion entsteht im Leiter-Halbraum der Erde das Magnetfeld $H_y^{(i)}$, das dem äußeren Magnetfeld $H_y^{(e)}$ nach der Lenz'schen Regel entgegengerichtet ist. Unter diesen Annahmen gelten für die äußeren (e) und inneren (i) magnetischen Normal-Wechselfeld-Anteile

$$\begin{aligned} H_y^{(e)} &= - H_y^{(i)} \\ H_x^{(e)} &= H_x^{(i)} = 0 \\ H_z^{(e)} &= H_z^{(i)} = 0 . \end{aligned}$$

Das äußere magnetische Normal-Wechselfeld $H_y^{(e)}$ induziert im Erdboden mit dem elektrischen Leitvermögen

$$\sigma(y)$$

ein in x-Richtung schwingendes elektrisches Feld

$$E_x$$

und den zugehörigen elektrischen Strom der Dichte

$$j_x.$$

Für das Leitvermögen σ_P der Gesteinsplatte und das des Halbraumes σ_H gelte zusätzlich

$$\sigma_P \gg \sigma_H,$$

so daß j_x lediglich längs der Platten-Oberkante fließe. Der Strom der Dichte j_x induziert seinerseits in der Platte das anomale magnetische Wirbelfeld

$$\dot{H}_2 = (0, H_{2y}, H_{2z}).$$

Bekanntlich kann das Normal-Wechselfeld knapp oberhalb der Erdoberfläche

$$H_{y0} = H_y^{(e)} + H_y^{(i)}$$

gesetzt werden. Dann folgt für die Magnetfeld-Komponenten an der Halbraum-Oberfläche nahe des gutleitenden plattenförmigen Gesteinskörpers

$$H_y = H_{y0} + H_{2y}$$

$$H_x = 0$$

$$H_z = H_{2z}.$$

Die Feldgrößen werden z.B. in der erdmagnetischen Tiefensondierung und Magneto-Tellurik aus Interpretationsgründen häufig nicht als Funktionen von Ort und Zeit, sondern als

Funktionen von Wellenzahl und Frequenz in einem $(\vec{k}, \vec{\omega})$ -Bereich aufgefaßt, wobei der Wellenzahl-Vektor

$$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$$

ist. Diese Transformation wird durch das FOURIER-Theorem ermöglicht. Sind (x, y, z) die Koordinaten des Ortsvektors $\vec{r}$, kann z.B. ein zeitlich und räumlich sich änderndes magnetisches Feld folgendermaßen formuliert werden

$$H(\vec{r}, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} K_H(\vec{k}, \vec{\omega}) e^{2\pi i (\vec{k}\vec{r} + \vec{\omega}t)} d\vec{k} d\vec{\omega}$$

$$K_H(\vec{k}, \vec{\omega}) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} H(\vec{r}, t) e^{-2\pi i (\vec{k}\vec{r} + \vec{\omega}t)} d\vec{r} dt$$

($\omega = 2\pi f$: Kreisfrequenz der zeitlichen Variation;

$\vec{k} = \frac{2\pi}{L}$; L: Wellenlänge der örtlichen Variation des Feldes;

$K_H(\vec{k}, \vec{\omega})$: komplexwertiger FOURIER-Koeffizient).

Im Wellenzahl-Frequenz-Bereich besteht die lineare H_z - H_y -Relation

$$K_{HZ}(\vec{k}, \vec{\omega}) = c(\vec{k}, \vec{\omega}) \cdot K_{HY}(\vec{k}, \vec{\omega})$$

mit dem bestimmaren Faktor $c = -\frac{k}{k_z}$ (REITMAYR, 1974). Da die Messungen nach dem hier diskutierten Verfahren der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längstwellen bei einer bekannten diskreten Frequenz erfolgen, erübrigt sich eine Durchführung der FOURIER-Transformation in den Frequenz-Bereich. Andererseits liegen die Messungen entlang der meist mehrere Kilometer langen Meßprofile wegen des kurzen Meßpunkt-Abstandes (≤ 25 m) in großer Anzahl vor, so daß die Anwendung des FOURIER-Theorems im Wel-

lenzahl-Bereich in Betracht gezogen werden kann. Bei der Auswertung magneto-tellurischer Messungen wird die eindimensionale FOURIER-Transformation in den Ort - Frequenz (x, ω) - Bereich benutzt.

2.3.5 Das magnetische elliptisch polarisierte Drehfeld

2.3.5.1 Die Zusammensetzung der Magnetfeld-Komponenten zum Drehfeld

Die im vorangegangenen Abschnitt angeführten Magnetfeld-Komponenten variieren zeitlich mit der konstanten Kreisfrequenz ω . Die Phase des horizontal gerichteten Normal-Wechselfeldes an der Erdoberfläche sei gleich Null gesetzt. Seine Zeit-Abhängigkeit lautet

$$H_{y0} = H_{01} \cos \omega t.$$

Das im gutleitenden Medium von H_{y0} induzierte anomale Feld werde an demselben Raumpunkt durch

$$H_2 = H_{02} \cos (\omega t + \Phi)$$

beschrieben, wobei Φ eine in bezug auf H_{y0} positive oder negative Phase ist. Das anomale Feld H_2 sei unter dem räumlichen Winkel ξ aufwärts gerichtet. Die parallel der y- und z-Richtung existierenden, senkrecht aufeinander stehenden Komponenten des Überlagerungsfeldes

$$H_y(t) = H_{01} \cos \omega t + H_{02} \cos \xi \cos (\omega t + \Phi)$$

und

$$H_z(t) = H_{02} \sin \xi \cos (\omega t + \Phi)$$

lassen sich unter Anwendung bekannter trigonometrischer Formeln vereinfacht ausdrücken

$$H_y(t) = Y \cos (\omega t + \Phi') = Y^C \cos \omega t + Y^S \sin \omega t$$

(38)

$$H_z(t) = Z \cos (\omega t + \Phi) = Z^C \cos \omega t + Z^S \sin \omega t$$

Abb. 13

- a) Das magnetische, elliptisch polarisierte Drehfeld.
- b) Der Vektor $\vec{C}(t)$ des magnetischen Gesamtfeldes beschreibt an einem festen Ortspunkt in der Umgebung einer elektrisch gutleitenden Einlagerung die um den Winkel ϑ gekippte Polarisationsellipse.

mit

$$\phi' = \arctan \left(\frac{H_{02} \cos \xi \sin \phi}{H_{01} + H_{02} \cos \xi \cos \phi} \right),$$

$$Z = H_{02} \sin \xi$$

und

$$Y = (H_{01}^2 + H_{02}^2 \cos^2 \xi + 2 H_{01} H_{02} \cos \xi \cos \phi)^{1/2}$$

Die beiden Beziehungen (38) stellen bereits die allgemeine Parameter-Darstellung der Ellipse dar, denn zwei aufeinander senkrecht stehende phasenverschobene Schwingungen liefern eine Ellipse (Abb. 13a), wie es aus der Theorie über die Zusammensetzung von Schwingungen bekannt ist. Um die Bahnkurve zu finden, eliminiert man aus (38) die Zeit t und erhält

$$(39) \quad \frac{H_Y^2}{Y^2} + \frac{H_Z^2}{Z^2} - 2 \frac{H_Y H_Z}{YZ} \cos \delta = \sin^2 \delta$$

Y und Z sind die Strecken auf den Koordinaten-Achsen, und $\delta = \phi - \phi'$ ist die Phasen-Differenz zwischen den beiden rechtwinkligen Komponenten. Die Ellipsen-Achsen sind gegen die Koordinaten-Achsen um einen Winkel δ gedreht, auf den weiter unten eingegangen wird. Im Bereich einer elektrisch gutleitenden Einlagerung ist infolge der Überlagerung des Normal-Wechselfeldes H_{y0} mit dem anomalen Magnetfeld $\vec{H}_2$ das Gesamtfeld nicht mehr linear polarisiert. Es wird als "elliptisch polarisiert" bezeichnet. Der aus H_Y und H_Z resultierende Vektor $\vec{C}(t)$ rotiert an einem festen Ortspunkt unter ständiger Änderung seiner Amplitude in der y - z -Ebene, der Polarisationssebene, und beschreibt im Raum eine Ellipsen-Kurve (Abb. 13b). Man spricht daher auch von einem Ellipsen-Drehfeld. Um einen Überblick über die möglichen Bahnformen zu erhalten, ist es zweckmäßig, verschiedene Spezialfälle zu betrachten:

1. $\delta = 0$

Die Ellipsen-Gleichung geht über in die Form

$$\frac{H_Y}{Y} - \frac{H_Z}{Z} = 0 \quad \text{oder} \quad H_Z = \frac{Z}{Y} H_Y .$$

Die Ellipse degeneriert in eine Gerade, deren Neigung gegen die y-Achse durch

$$\tan \vartheta = \frac{Z}{Y}$$

gegeben ist. Die Amplitude der linearen Schwingung ist nach dem Parallelogramm-Gesetz $(Y^2 + Z^2)^{1/2}$.

2. $0 < \delta < \pi/2$

Die Gerade entwickelt sich zu einer Ellipse, deren kleine Halbachse vom Wert Null an zu wachsen beginnt und deren große vom Wert $(Y^2 + Z^2)^{1/2}$ abnimmt. Gleichzeitig nähert sich die große Halbachse der y-Achse, indem sich der Winkel ϑ verringert. Für $\delta = \pi/2$ geht (39) über in die auf die Koordinaten-Achsen bezogene Form

$$\frac{H_Y^2}{Y^2} + \frac{H_Z^2}{Z^2} = 1 .$$

Die Halbachsen fallen mit der y- und z-Achse des Koordinaten-Systems zusammen (Normalform der Ellipse). Der Winkel ϑ ist gleich Null.

3. $\pi/2 < \delta < \pi$

Bei weiterer Zunahme von δ wird die Ellipse wieder schmaler. Die kleine Halbachse schrumpft ein; die große wächst über Y hinaus. Diese entfernt sich dabei von der y-Achse zur anderen Seite, indem ϑ negative Werte annimmt. Im Grenzfall $\delta = \pi$ hat (39) die Form

$$\frac{H_Y}{Y} + \frac{H_Z}{Z} = 0 \quad \text{oder} \quad H_Z = -\frac{Z}{Y} H_Y .$$

Die Ellipse ist in eine Gerade entartet, die die Neigung

$$\tan \vartheta = -\frac{Z}{Y}$$

hat. Wächst δ weiter bis zum Wert 2π , so treten die gleichen Ellipsen-Bahnen in umgekehrter Reihenfolge auf.

Für $\delta = 2\pi$ besteht dieselbe Konfiguration wie für $\delta = 0$.

Erwähnenswert ist der Fall, daß die Amplituden beider Schwingungen gleich groß sind.

$$H_y = H_z$$

$$y^2 + z^2 - 2 yz \cos \delta = H_y^2 \sin^2 \delta$$

Für $\delta = 0$ bzw. π artet die Ellipse in eine Gerade aus, die unter $+\pi/4$ bzw. $-\pi/4$ gegen die Abszissen-Achse geneigt ist. Die Amplitude dieser linearen Schwingung ist $H_y \sqrt{2}$. Bei $\delta = \pi/2$ sind beide Halbachsen gleich groß, d.h. die Schwingung wird zirkular. Die Richtung der großen Halbachse bildet mit der y-Richtung den Winkel $\vartheta = \pm \pi/4$, je nachdem, ob sich die Phase δ im Intervall $(-\pi/2, +\pi/2)$ oder $(\pi/2, 3\pi/2)$ befindet.

2.3.5.2 Die Meßgrößen des Drehfeldes

Mit der Bestimmung des Neigungs- oder Kippwinkels ϑ sowie der Länge der Halbachsen bzw. ihres Verhältnisses b/a sind die Eigenschaften der Polarisationsellipse hinreichend beschrieben. Aus ihnen läßt sich das anomale Magnetfeld in Richtung der vertikalen z -Achse nach Intensität und Phase ermitteln.

Der Kippwinkel ϑ ergibt sich aus der Beziehung

$$(40) \quad \tan 2\vartheta = \frac{2 YZ \cos \delta}{Y^2 - Z^2}$$

Mit Benutzung der trigonometrischen Formel

$$\tan 2\vartheta = \frac{2 \tan \vartheta}{1 - \tan^2 \vartheta}$$

gelangt man zu einer in $(\tan \vartheta)$ -quadratischen Gleichung, deren Lösung in Potenzreihen-Entwicklung

$$(41) \quad \tan \vartheta \approx \frac{YZ \cos \delta}{Y^2 - Z^2}$$

lautet. Das Halbachsen-Verhältnis $q = b/a$ der Ellipse ist in guter Näherung durch

$$(42) \quad q^2 \approx \frac{Z^2 - \frac{(YZ \cos \delta)^2}{Y^2 - Z^2}}{Y^2 + \frac{(YZ \cos \delta)^2}{Y^2 - Z^2}}$$

gegeben. Die Herleitung der Gleichungen (40) bis (42) ist im Anhang ausgeführt.

Da an der Erdoberfläche das induzierte Magnetfeld wegen der Intensitätsminderungen durch die Gegeninduktion und die Geometrie des gutleitenden Mediums wesentlich schwächer als das Normal-Wechselfeld H_{y0} ist, gelten

$$Z^2 \ll Y^2 \quad \text{und} \quad Y \approx H_{01}.$$

Unter diesen Bedingungen erhält man anstelle von (41) und (42)

$$(43) \quad \tan \vartheta \approx \frac{Z \cos \delta}{Y} = \frac{H_{02} \sin \xi \cos \delta}{H_{01}}$$

und

$$(44) \quad q = \frac{b}{a} \approx \frac{Z \sin \delta}{Y} = \frac{H_{02} \sin \xi \sin \delta}{H_{01}}.$$

Mit (43) und (44) liegen die Beziehungen für die Meßgrößen des Verfahrens der Induktion durch künstliche elektromagnetische Längswellen vor. Der Tangens des Kippwinkels und das Halbachsen-Verhältnis der Polarisationsellipse liefern das anomale vertikale Magnet-Wechselfeld der Amplitude $Z = H_{02} \sin \xi$ und der Phase $\delta = \Phi - \Phi'$, die auf den Schwingungszustand der Horizontal-Komponente Y des magnetischen Überlagerungsfeldes bezogen ist. Hierzu muß die anomale Vertikal-Komponente getrennt nach

$$\text{Real-Teil} \quad Z_{\text{re}} = Z \cos \delta$$

und

$$\text{Imaginär-Teil} \quad Z_{\text{im}} = Z \sin \delta$$

gemessen und mit dem gleichzeitig zu ermittelnden Scheitelwert H_{01} des magnetischen Normal-Wechselfeldes verglichen werden.

Die Bezeichnungen Real- und Imaginär-Teil sind der Wechselstrom-Technik entliehen. Mathematisch bedeutet diese Ausdrucksweise, daß eine Wechselspannung oder ein Wechselstrom der Phase δ stets in zwei Komponenten, den Real- und den Imaginär-Teil, zerlegt werden kann. Der Real-Teil schwingt mit einer vorgegebenen beliebigen Vergleichsspannung konphas, während sich der Imaginär-Teil durch eine Phase von $\frac{\pi}{2}$ zu dieser Vergleichsspannung auszeichnet. Deshalb werden beide Wechselfeld-Komponenten in Anlehnung an den angelsächsischen Sprachgebrauch auch als

In-Phase-Anteil

und

Out-of-Phase-Anteil

bezeichnet.

Der Real-Teil Z_{re} ist derjenige Anteil, der mit der magne-

tischen Horizontal-Komponente H_y des Überlagerungsfeldes in Phase ist. Der Imaginär-Teil Z_{im} ist als diejenige Komponente von $H_{O2} \sin \xi$ zu verstehen, die gegenüber H_y um $\pi/2$ phasen-verschoben ist.

Wird eine Peil-Antenne z.B. in Gestalt einer Spule, die eine dem oszillierenden Magnetfeld proportionale Spannung liefert, in der Polarisationssebene gedreht, so wird die induzierte Spannung maximal sein, wenn die Achse der Empfangsspule parallel der großen Achse der Polarisationsellipse orientiert ist, und sie wird minimal sein, wenn die Empfangsspule in die Richtung der kleinen Ellipsen-Achse zeigt. Folglich ist bei elliptischer Polarisation eine vollständige Null-Abstimmung nicht zu verwirklichen. Werden die induzierten Spannungswerte nach Richtung und Betrag in ein Polardiagramm gezeichnet, so beschreibt die resultierende Kurve nicht die Polarisationsellipse, sondern die Normalen- oder Fußpunkt-Kurve der Ellipse (KLEIN, 1972). In den Richtungen der großen und kleinen Halbachse entspricht allerdings die Spannungsamplitude den Beträgen dieser ausgezeichneten Radien, weil Ellipse und Fußpunkt-Kurve sie gemeinsam haben.

Ist die Empfangsspule auf maximale Signalstärke abgestimmt, so schließt die Spulenachse mit der waagerechten y-Achse den Kippwinkel ϑ der Polarisationsellipse ein. Durch die Messung dieses Winkels kann man nun eine Aussage über die Intensität der Vertikal-Komponente des anomalen Magnetfeldes relativ zum ungestörten horizontalen Normal-Wechselfeld gewinnen. Für kleine Phasen-Winkel $0^\circ < \delta < 30^\circ$; $0.87 \leq \cos \delta \leq 1$ beeinflusst der Kosinus-Term in (43) die Größe des Kippwinkels nur unbedeutend, so daß in diesem Fall

$$\vartheta \approx \arctan \frac{H_{O2} \sin \xi}{H_{O1}}$$

näherungsweise geschrieben werden kann.

Das Verhältnis von Maximal- zu Minimal-Empfangssignal ist ein Maß für das Achsen-Verhältnis der Polarisationsellipse. Gleichung (44) macht mittels des Verhältnisses q der halben Achsen-Längen a und b eine Angabe über die Phasen-Differenz zwischen anregendem und induziertem Feld. Das Verhältnis q nimmt mit größer werdender Phasen-Differenz zu. Damit ist verknüpft, daß sich die Halbachse b verlängert und die Polarisationsellipse breiter wird. Demgegenüber wird ein anomales Magnetfeld, das mit dem Normal-Wechselfeld fast in gleicher Phase schwingt, eine sehr schmale Polarisationsellipse erzeugen.

Die sehr einfache Meßtechnik mittels einer Spule kann verbessert werden, indem eine zweite Antennen-Spule, die senkrecht zu der ersten orientiert ist, hinzugefügt und entsprechend geschaltet wird (s. Abschn. 2.3.6). Eine derartige Spulen-Anordnung ist bei den modernen Zwei-Spulen-Meßgeräten üblich. Bei ihnen sind die sogenannte Signal- und Referenz-Spule im rechten Winkel angeordnet (s. Abb. 2), und zwar die längere Signal-Spule mit senkrecht orientierter Achse und die kürzere Referenz-Spule mit horizontaler Achse. Bringt man dieses Spulen-Paar in die y - z -Ebene und orientiert es derart, daß die Referenz-Spule parallel der großen Halbachse der Polarisationsellipse verläuft und die Signal-Spule dann in Richtung der kleinen Ellipsen-Halbachse weist, so ist die Amplitude der in der Referenz-Spule induzierten Spannung maximal, während man gleichzeitig in der Signal-Spule ein minimales Empfangssignal mißt.

Da sich die Grundgleichungen (43) und (44) auch

$$\vartheta \approx \arctan \left(\frac{Z_{re}}{H_{0l}} \right) \quad \begin{array}{l} \text{(Kippwinkel} \\ \text{der Polarisationsellipse)} \end{array}$$

$$q = \frac{b}{a} \approx \frac{Z_{im}}{H_{0l}} \quad \text{(Halbachsen-Verhältnis)}$$

formulieren lassen, sieht man, daß sich in der geschilderten rechtwinklig gekreuzten Spulen-Anordnung (Referenz-Spule ||a; Signal-Spule ||b) die Vertikal-Komponente des induzierten anomalen Magnetfeldes getrennt nach Real- und Imaginär-Teil relativ zum Normal-Wechselfeld durch Messung des Kippwinkels und des Halbachsen-Verhältnisses der Polarisationsellipse vollständig ermitteln läßt.

Ergänzend ist die rechnerische Ermittlung der Phase mit Benutzung der Beziehung (40)

$$\tan 2 \vartheta = \frac{2 \cos \delta}{\frac{Y}{Z} - \frac{Z}{Y}}$$

möglich, da Real- und Imaginär-Teil von Z/Y durch Messungen bestimmt sind. Im Diagramm der Abb. 14 ist das Verhältnis Z/Y gegen den Kippwinkel ϑ für verschiedene Phasen-Differenzen δ aufgetragen (SCINTREX, 1971).

Wegen aufwendiger apparativer Maßnahmen für die Absolutmessung der Feldstärken ist es in der Meßtechnik elektromagnetischer Prospektionssysteme üblich, die Amplitude des induzierten anomalen Feldes oder einer seiner Komponenten auf die am Meßort bestehende Stärke des Primärfeldes in Prozent zu beziehen. Außerdem stünde einer Absolutmessung bei dem hier erörterten Verfahren der tageszeitliche Gang der Empfangsfeldstärke entgegen (s. Abschn. 2.1.2). So besagt eine Ablesung von 100 %, daß anomales und Normal-Wechselfeld gleich groß sind. Die Ablesung der Meßgrößen $\tan \vartheta$ und q wird bei den Zwei-Spulen-Geräten in dieser Weise vorgenommen.

Für die Transponierung der in Prozent abgelesenen Kippwinkel-Werte in solche, die in Altgrad angegeben sind, ist die Kurve $f_1 = \tan \vartheta \cdot 100$ [%] des in Abb. 15 dargestellten Diagrammes zu verwenden. Einer Kippwinkel-Ablesung von z.B. 60 % entspricht eine Neigung von 32.5° . Auch die Intensität des Imaginär-Teils Z_{im} der magnetischen Vertikal-Kom-

Abb. 14 Bestimmung der Phase $\delta = \Phi - \Phi'$ zwischen der vertikalen (H_z) und horizontalen Magnet-Wechselfeld-Komponente (H_y) aus dem Verhältnis der Scheitelwerte Z/Y dieser Komponenten und dem Kippwinkel ϑ der Polarisationsellipse.

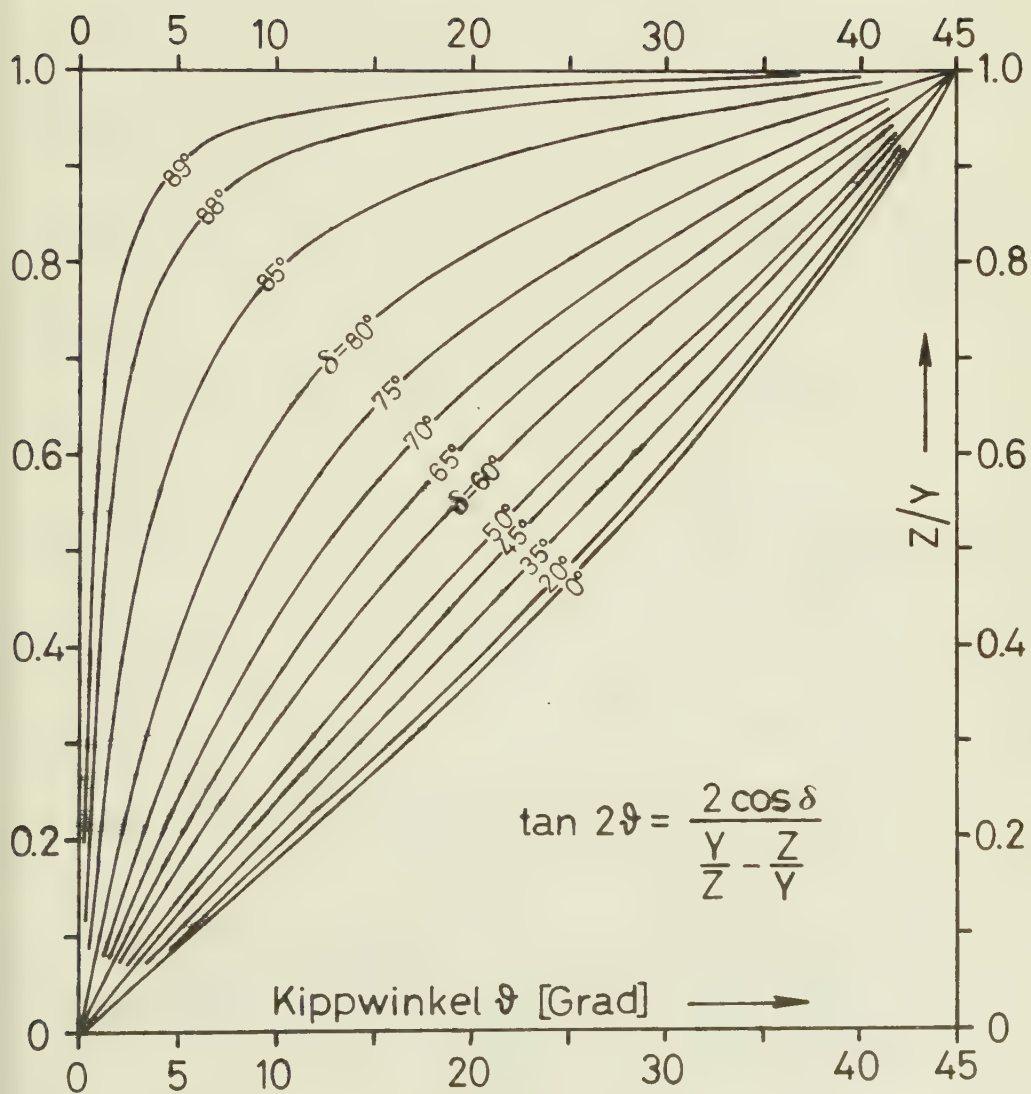
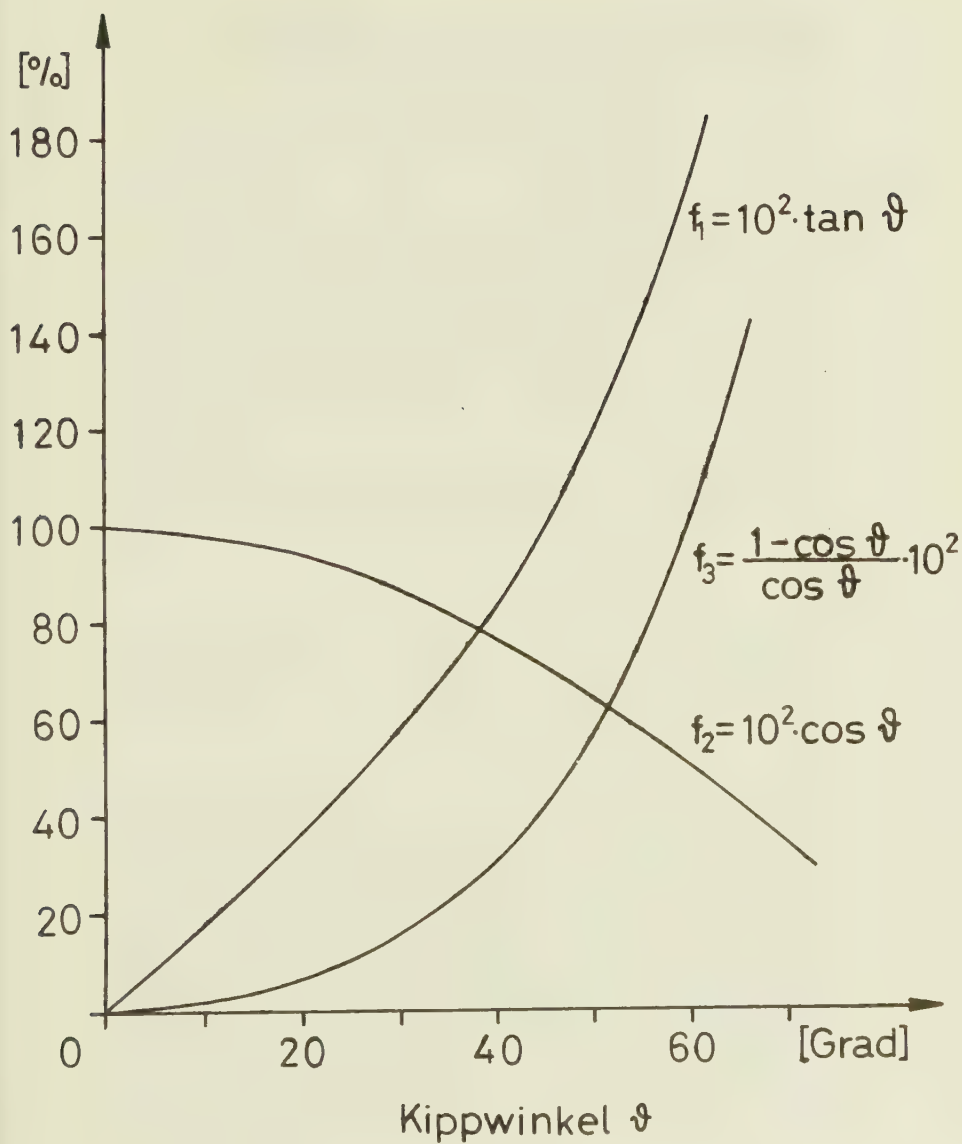


Abb. 15 Mittels der Kurve $f_1(\vartheta)$ kann der Kippwinkel aus dem in Prozent gemessenen Kippwinkel-Tangens bestimmt werden. Die Funktion $f_2(\vartheta)$ ist der in Prozent umgerechnete Kosinus des Kippwinkels ϑ .

Bei gekippter Polarisationsellipse induziert nur der Anteil $Z_{1m} \cdot \cos \vartheta$ des vertikalen Magnetfeldes in der Signal-Spule eine Spannung. Die Kurve $f_3(\vartheta)$ gibt in Prozent die Differenz des zu kleinen Meßwertes q des Halbachsen-Verhältnisses zu dessen Sollwert bei vollständigem Feldfluß des vertikalen Magnetfeldes durch die Signal-Spule.



ponente wird auf die am Meßpunkt vorhandene Normal-Feldstärke bezogen und in Prozent gemessen. Da die Richtung der kleinen Halbachse b nur für $\vartheta = 0^\circ$ die der z -Achse ist, wird bei gekippten Polarisationsellipsen mit der Signal-Spule die Magnetfeld-Komponente

$$Z'_{im} = Z_{im} \cos \vartheta$$

gemessen. Mit zunehmendem Kippwinkel wird das gemessene Z'_{im} gegenüber dem tatsächlich existierenden magnetischen Vertikal-Feld $Z_{im} = Z \sin \delta$ immer kleiner (Abb. 13b). So greifen z.B. bei $\vartheta = 45^\circ$ nur noch 71 % des Feldflusses der magnetischen Vertikal-Komponente durch die Signal-Spule. Der Feldfluß in der Signal-Spule nimmt unter Kippwinkeln, die 30° übersteigen, sehr rasch ab. Der Einfluß der starr rechtwinkligen Spulen-Konfiguration auf die Messung des Imaginär-Teils des vertikalen Magnetfeldes kann bei bekanntem Kippwinkel mittels der Funktion

$$f_3 = \frac{1 - \cos \vartheta}{\cos \vartheta} \quad 100 \quad [\%]$$

im Diagramm der Abb. 15 aus dem Meßwert q des Ellipsen-Halbachsen-Verhältnisses reduziert werden. Für Kippwinkel $\vartheta \leq 30^\circ$ ist diese Reduktion im Rahmen der Meßgenauigkeit ⁺) nicht erforderlich.

⁺) Die Hersteller geben eine Meßgenauigkeit ("readability") von $\pm 1 \%$ an. Nach meinen Erfahrungen wird diese Genauigkeit nur in Meßgebieten erreicht, die weniger als 2000 km vom Sender entfernt sind. Bei großen Sender-Entfernungen (bis zu 8000 km) kann der Kippwinkel nur auf $\pm 5 \%$ genau bestimmt werden. In der Ablesung des Imaginär-Teils muß man sich häufig mit einer noch etwas größeren Ungenauigkeit begnügen. Ein geübter Operator mit trainiertem Gehör wird aber auch hier gute Meßergebnisse erzielen (siehe Abschn. 4).

2.3.5.3 Die Meßgrößen des Drehfeldes bei beliebiger Orientierung des elektrisch leitenden Mediums zum Normal-Wechselfeld

Bisher wurde das elliptisch polarisierte Drehfeld unter der Voraussetzung erörtert, daß der Vektor $\vec{H}_{y0}$ des Normal-Wechselfeldes in rechtem Winkel zum Streichen des gutleitenden Gesteinskörpers schwingt. In der praktischen Durchführung einer Vermessung mit der Methode der Induktion durch künstliche EM-Längswellen kann diese Bedingung häufig nicht eingehalten werden, da in einem Meßgebiet stets nur eine begrenzte Anzahl der in Tab. 1 zusammengestellten ortsfesten Längswellen-Stationen empfangen werden kann.

Bei beliebiger Auftreffrichtung des Normal-Wechselfeldes auf ein elektrisch leitendes Medium wird die Anomalie des Längswellenfeldes von zwei Ortswinkeln beeinflusst:

Der Winkel ϕ_1 wird von der Richtung y des Normalfeldes H_{y0} und dem Streichen x' des elektrisch leitenden Mediums eingeschlossen, während der Winkel ϕ_2 von der Profillinie und dem Streichen x' des elektrisch leitenden Mediums gebildet wird (s. Abb. 41b in Abschn. 4).

Die Profillinie sollte den leitenden Gesteinskörper immer unter dem Winkel $\phi_2 = 90^\circ$ überqueren. Ist $\phi_2 \neq 90^\circ$, so vergrößert sich die Distanz zwischen den Extremwert-Stellen der Anomalie. Wenn Δy der Extremwert-Abstand der Anomalie für $\phi_2 = 90^\circ$ ist, wird dieser bei Winkeln $\phi_2 < 90^\circ$ gemäß $\Delta y / \sin \phi_2$ länger. Durch eine Projektion der Meßdaten in eine Linie, die senkrecht zum Streichen des elektrisch leitenden Gesteinskörpers verläuft, kann die Beeinflussung durch Winkel ϕ_2 , die von 90° abweichen, leicht behoben werden.

Wenn das Normal-Wechselfeld sich nicht in rechtem Winkel

zum elektrisch leitfähigen Medium befindet ($\phi_1 \neq 90^\circ$), induziert lediglich die zum Streichen senkrechte Komponente

$$(46) \quad H_{\perp} = H_{01} \sin \phi_1$$

ein sekundäres Strom- und Feldsystem in dem leitfähigen Medium. In diesem Fall sind das Normalfeld und das elektrisch leitende Medium induktiv nicht vollständig gekoppelt. Die optimale Kopplung liegt vor, wenn das Streichen des elektrisch leitenden Gesteinskörpers und die Normalfeld-Richtung den Winkel $\phi_1 = 90^\circ$ bilden. Mit abnehmendem Winkel ϕ_1 wird die induzierende Normalfeld-Komponente $H_{\perp}$ schwächer, und das Sekundärfeld verringert sich in gleichem Maße.

Für die zum Streichen parallele Normalfeld-Komponente $H_{\parallel} = H_{01} \cos \phi_1$ läßt sich die Feldgleichung

$$(\text{rot } \vec{H})_z = - \frac{\partial H_{\perp}}{\partial y} = j_z$$

formulieren, wonach eine vertikale Strom-Komponente j_z im leitfähigen Medium induziert wird. Andererseits liegt die Leitfähigkeit $\sigma = 0$ der Luft als Randbedingung vor, so daß an der Erdoberfläche in der z -Richtung wegen der Materialgleichung (12) kein Strom existieren kann ($j_z = 0$). Folglich muß von dem schräg auf ein elektrisch leitfähiges Medium auftreffenden Normal-Wechselfeld

$$(\text{rot } \vec{H})_z = 0$$

erfüllt, also die Komponente $H_{\parallel}$ eliminiert werden. Bei Azimut (Richtungs) - Messungen des Normal-Wechselfeldes über einen oberflächennahen leitfähigen Gesteinskörper hinweg, dessen Streichen nicht in die Sender-Position zeigt, kann deshalb beobachtet werden, daß H_{y0} in der Umgebung des elektrisch leitenden Mediums seine Richtung stets so ändert, daß ϕ_1 gegen 90° strebt.

Der Einfluß des Winkels ψ_1 auf die Meßgrößen, den Kippwinkel ϑ und das Halbachsen-Verhältnis q der Drehfeld-Ellipse, soll jetzt mit einem von MADDEN & VOZOFF (1971) gezeigten Ansatz untersucht werden:

Das von der Normalfeld-Komponente $H_{\perp}$ im leitfähigen Medium erzeugte anomale Feld läßt sich getrennt nach Horizontal- und Vertikal-Komponente durch

$$H'_{2y} = H'_{re} - i H'_{im}$$

und

$$H_{2z} = Z_{re} - i Z_{im}$$

beschreiben, wobei H'_{2y} stets senkrecht zur Streichrichtung des elektrisch leitfähigen Mediums orientiert ist. Das in der Meßrichtung y , d.h. in Richtung des Normal-Wechselfeldes vorhandene anomale Horizontalfeld lautet

$$H_{2y} = H'_{2y} \sin \psi_1 = (H'_{re} - i H'_{im}) \sin \psi_1$$

Im Fall $\psi_1 = 0^\circ$ wird kein anomales Feld mehr erregt, da $H_{\perp} = 0$ ist. Der mit dem Normalfeld H_{y0} in Phase befindliche Real-Teil von H_{2y} ist

$$(47) \quad H_{2y}(re) = H'_{re} \sin \psi_1$$

Das gesamte Horizontalfeld H in Meßrichtung setzt sich dann gemäß

$$H = H_{2y} + H_{01}$$

zusammen, während senkrecht zum leitfähigen Medium

$$H' = H'_{2y} + H_{01} \sin \psi_1$$

gilt. Wegen der unterschiedlichen Amplituden ihrer Komponenten haben H und H' nicht die gleiche Phase. In der Annahme, daß $H_{2y} \ll H$ ist, läßt sich das in Meßrichtung y

bestehende Horizontalfeld durch

$$(48) \quad H \approx H_{2y}(\text{re}) + H_{01}$$

beschreiben. Der Real-Teil H'_{re} bestimmt sich wegen (47) und (48) zu

$$(49) \quad H'_{\text{re}} = \frac{H_{2y}(\text{re})}{\sin \phi_1} = \frac{H - H_{01}}{\sin \phi_1} = \frac{\Delta H}{\sin \phi_1} .$$

Das vollständige, senkrecht zur Streichrichtung des leitfähigen Mediums existierende Horizontalfeld schreibt sich unter Zuhilfenahme der Gleichungen (46) und (49)

$$H' = H'_{\text{re}} + H_{\perp}$$

$$H' = \frac{H}{\sin \phi_1} + (H - \Delta H) \sin \phi_1$$

$$H' = H \sin \phi_1 + \Delta H \left(\frac{1}{\sin \phi_1} - \sin \phi_1 \right)$$

$$(50) \quad H' = H \sin \phi_1 + \frac{\Delta H \cos \phi_1}{\tan \phi_1} .$$

Durch (50) ist die magnetische Horizontal-Feldstärke bestimmt, die bei schrägem Auftreffen des Normal-Wechselfeldes senkrecht zur Streichrichtung des elektrisch leitfähigen Mediums existiert. Nun wird es ermöglicht, die in spitzem Winkel zum Streichen des leitenden Mediums gemessenen Daten, den Tangens des Kippwinkels $\frac{1}{2}$ und das Halbachsen-Verhältnis q der Drehfeld-Ellipse, rechnerisch so zu behandeln, daß sie die Anomalie liefern, die sich bei vollständiger elektromagnetischer Kopplung zwischen Normal-Wechselfeld und elektrisch leitfähigem Medium ($\phi_1 = 90^\circ$) ergibt. Hierzu dividiert man (50) durch H und erhält

$$V = \frac{H'}{H} = \sin \phi_1 + \frac{\Delta H}{H} \frac{\cos \phi_1}{\tan \phi_1}$$

Das Verhältnis V wird durch den Quotienten $\Delta H/H$ und den Winkel ϕ_1 bestimmt. Da das in y -Richtung anomale Horizontalfeld $\Delta H = H_{2y}(\text{re})$ bei elektrisch leitfähigen Medien schwacher Permeabilität μ höchstens die Intensität des induzierenden Feldes erreichen kann, meist aber weitaus kleiner sein wird ($\frac{\Delta H}{H} \ll \frac{1}{2}$), richtet sich V vor allem nach dem Sinus-Term. In die für $\tan \vartheta$ und q bestimmten Formeln (45) ist statt H_{01} jetzt H als Bezugsfeldstärke einzusetzen. Die bei vollständiger elektromagnetischer Kopplung geltenden Meßgrößen lauten

$$(\tan \vartheta)' = \frac{\tan \vartheta}{V} = \frac{Z_{\text{re}}}{H'}$$

$$q' = \frac{q}{V} = \frac{Z_{\text{im}}}{H'}$$

Für den gewöhnlichen Fall, daß $\Delta H \ll \frac{1}{2} H$ ist, kann für alle Winkel ϕ_1 näherungsweise

$$V \approx \sin \phi_1$$

und deswegen auch

$$(51a) \quad (\tan \vartheta)' = \frac{\tan \vartheta}{\sin \phi_1}$$

$$(51b) \quad q' = \frac{q}{\sin \phi_1}$$

gesetzt werden. Diese Näherung gilt auch noch bei Quotienten $\frac{\Delta H}{H} \ll \frac{1}{2}$, wenn $\phi_1 > 45^\circ$ bleibt. Die Beziehungen (51) werden mittels Geländemessungen weiter unten im Abschnitt 4 überprüft.

2.3.6 Aufbau, Arbeitsweise und Handhabung des Meßgerätes

Die Zwei-Spulen-Geräte sind sehr empfindliche selektive Längswellen-Empfänger, die durch zwei Eingangssignale gespeist werden. Ein Eingangssignal wird mit der Signal-Spule, das andere mit der Referenz-Spule aufgenommen. Die Abstimmung der Spulen auf die Trägerfrequenz des gewählten Senders erfolgt mittels austauschbarer Resonanzkreise, die mit Schwingquarzen besetzt sind (GEONICS, 1974).

Die Messung des vertikalen, anomalen Magnetfeldes nach Real- und Imaginär-Teil wird im wesentlichen durch eine Wechselstrom-Kompensationsschaltung ermöglicht, in der nach Amplitude und Phase (Differenz 180°) abgeglichen wird (Abb. 16). Zunächst wird die in der Signal-Spule induzierte Spannung auf ein Minimum reduziert, indem die anfangs vertikal aufgerichtete Spule in der y-z-Ebene, der Polarisationssebene, entsprechend weit in die Richtung der kleinen Ellipsen-Achse geneigt wird. Die Stellung des Spulen-Paares, bei der in der Signal-Spule die geringste Spannung induziert wird, läßt die Bestimmung des Kippwinkels ϑ zu. Da die Spulen-Achsen in der Polarisationssebene liegen und zu den Ellipsen-Halbachsen parallel gerichtet sind, geht der in der Signal-Spule noch wirksame Feldfluß auf die Komponente des resultierenden Feldvektors $\vec{C}(t)$ zurück, die mit der Phase $-\frac{\pi}{2}$ längs der kleinen Halbachse schwingt.

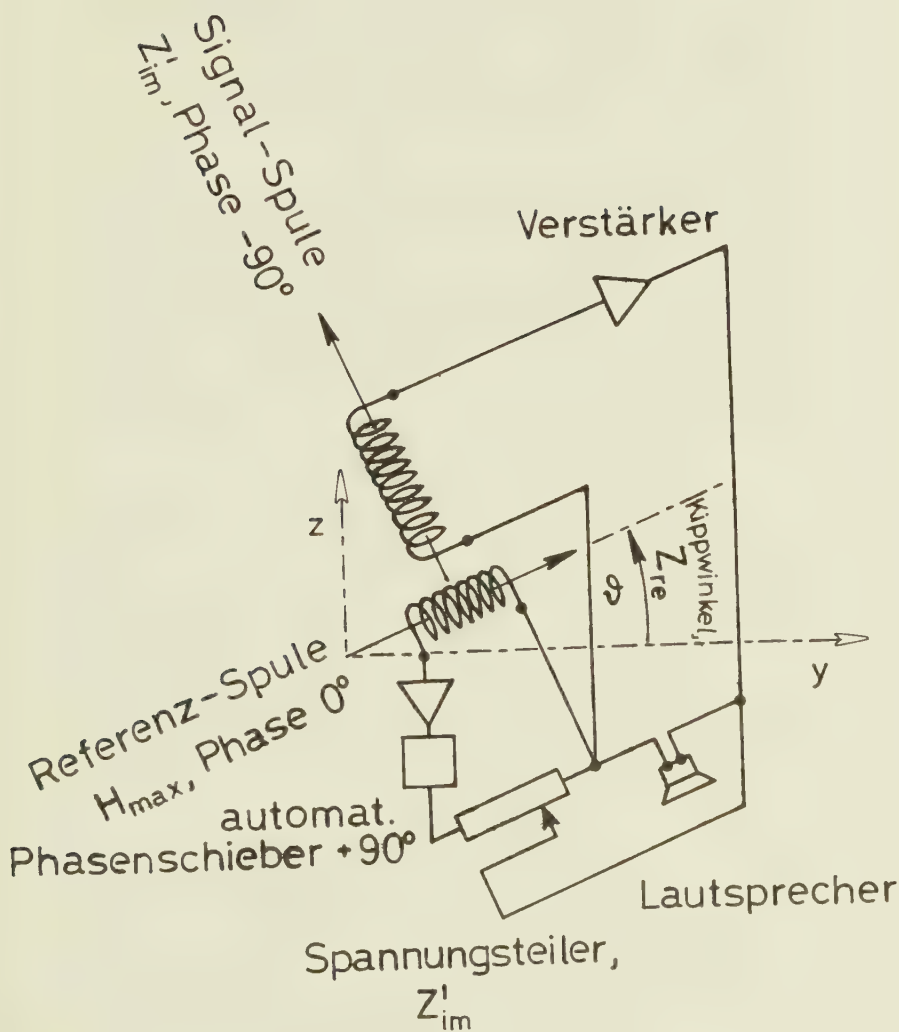
Gleichzeitig greift der zur großen Halbachse parallele Teil $H_{\max}$ des Gesamtfeldes durch die Referenz-Spule und induziert in ihr eine dieser Feldstärke proportionale Wechselspannung, deren Phase durch einen automatischen Phasenschieber um $+\frac{\pi}{2}$ verändert wird. Die Phase dieser Referenz-Spannung ist um 180° gegenüber der Phase der in der Signal-Spule induzierten Rest-Spannung verschoben. Die Rest-Spannung in der Signal-Spule wird durch eine an einem Potentiometer abgreifbare Teil-Spannung des in der Referenz-Spule induzierten und

automatisch phasenverschobenen Signals kompensiert. Als Nullinstrument dieser Brücken-Kompensationsschaltung dient ein Lautsprecher (Telefon), mit dem noch Ströme von der Größenordnung 10^{-5} bis 10^{-6} mA wahrgenommen werden können (KOHLRAUSCH, Bd. 2, S. 106). Da die Null-Abstimmung akustisch eingestellt wird, übernimmt ein vor die Meßbrücke geschalteter Frequenzwandler die Herabsetzung der Spannungsfrequenzen in den hörbaren Bereich. Die um $+\frac{\pi}{2}$ verschobene Teil-Spannung, die für die Annullierung der aus der Signal-Spule stammenden Rest-Spannung benötigt wird, ist nach Gleichung (44) als Maß für den Imaginär-Teil Z_{im} des magnetischen Vertikalfeldes zu werten.

Aus dieser Funktionsweise leitet sich folgende Handhabung eines Zwei-Spulen-Instrumentes ab:

- Ermittlung der x-Richtung, d.h. der Position des Senders, indem die Signal-Spule horizontal gehalten und so weit im Kreis geschwenkt wird, bis eine minimale Spannung in der Signal-Spule induziert wird. Die Sender-Richtung ist gefunden, wenn aus dem Lautsprecher das schwächste Signal ertönt.
- Aufrichten der Signal-Spule in die Senkrechte, so daß sich die Referenz-Spule genau in der Richtung befindet, die im rechten Winkel zu der vorher ermittelten Sender-Richtung verläuft. Die beiden Spulen-Achsen sind jetzt in der y-z-Ebene, in der auch die Polarisationsellipse liegt.
- Kippen der Signal-Spule bzw. des Gerätes in der y-z-Ebene gegen die Horizontale, bis ein minimales Signal registriert wird. Die Referenz-Spule nimmt jetzt gegen die Waagerechte den gesuchten Winkel ϑ ein. Die Ablesung des Tangens dieses Kippwinkels erfolgt an einem Inklinometer.
- In dieser Haltung wird das noch ertönde Rest-Signal eliminiert, indem an dem Spannungsteiler die für die Null-Abstimmung notwendige Teil-Spannung abgegriffen

Abb. 16 Funktions- und Schaltschema eines Zwei-Spulen-
Prospektionsgerätes für die Messung künstlich induzierter
Längstwellenfelder.



wird. Sie wird in Prozent der in der Referenz-Spule induzierten und automatisch phasenverschobenen Spannung abgelesen.

Für eine Messung wird einschließlich der beiden Ablesungen nicht mehr als eine Minute benötigt.

Das Inklinometer ist an das Meßgerät-Gehäuse so montiert, daß die Kippwinkel-Werte längs einer Profil-Linie positiv sind, wenn der Operator sich in Ablese-Richtung vor einem gutleitenden Körper befindet. Negative Kippwinkel-Werte ergeben sich, wenn man sich in Ablese-Richtung hinter dem gutleitenden elektrischen Medium aufhält. Wird das Gerät am gleichen Meßpunkt um 180° gedreht, so kehren sich die Vorzeichen der Ablesungen um. Deshalb ist es äußerst wichtig, bei einer Vermessung stets dieselbe Ablese-Richtung, d.h. Orientierung des Meßgerätes, beizubehalten.

Die Stärke der in beiden Spulen durch das magnetische Normal-Wechselfeld H_{y_0} bzw. anomale Feld induzierten Spannung läßt sich durch folgende Überlegung ermitteln: Die elektrische Feldstärke des Senders FÜO beträgt z.B. in einer Entfernung von 1200 km $5.6 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$ (vgl. Abschn. 2.1.2). Das an dieser Stelle in der Luft existierende H_{y_0} -Feld kann mittels des Ampère-Oersted-Gesetzes (8) quantitativ bestimmt werden. Unter Vernachlässigung des Leitungsstromes lautet es in integraler Form

$$\int H_{y_0} dy = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \iint E_z dx dy$$

Wird über den Rand y der Länge l m und die Fläche $F = dx dy = 1 \text{ m}^2$ integriert, gilt bei der Zeit-Abhängigkeit

$$E_z = E_{01} \sin \omega t$$

mit den Scheitelwerten E_{01} und H_{01}

$$H_{01} y = \epsilon_0 E_{01} 2\pi f F$$

$$H_{01} = \epsilon_0 E_{01} 2\pi f = 8.6 \cdot 10^{-12} \cdot 5.6 \cdot 10^{-3} \cdot 6.28 \cdot 15.1 \cdot 10^3 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$H_{01} = 4,57 \cdot 10^{-9} \frac{\text{A}}{\text{m}} \approx 0,5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

Nach dem Induktionsgesetz wird in der längs der y-Richtung orientierten Referenz-Spule der Fläche $dF = dx dz$ vom Magnetfeld H_{y0} mit dem Scheitelwert H_{01} die Spannung

$$U_i = - \mu_0 \frac{d}{dt} \iint B_y dx dz = - \mu_0 \frac{dH_{y0}}{dt} \iint dx dz$$

induziert ($\mu_r \approx 1$). Wenn die Referenz-Spule die Windungszahl n hat, lautet der Scheitelwert U_{i1}

$$U_{i1} = \mu_0 n F 2 \pi f H_{01}$$

Es werde

$$n = 10^3 \quad \text{und} \quad F = \pi 10^{-2} \text{ m}^2$$

gesetzt.

$$U_{i1} = 1,26 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \cdot 3,14 \cdot 10^{-2} \cdot 6,28 \cdot 15,1 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-8} \text{ V}$$

$$U_{i1} = 1,9 \cdot 10^{-8} \text{ V} \approx 0,02 \text{ } \mu\text{V}.$$

Fügt man in die Referenz-Spule einen Ferrit-Kern hoher relativer Permeabilität ein ($\mu_r \approx 100$), so vergrößert sich in der Spule die Kraftflußdichte um den Faktor μ_r und damit wird

$$U_{i1} \approx 2 \text{ } \mu\text{V}.$$

Legt man diesen Wert für die durch das magnetische Normalfeld erzeugte Spannung zugrunde, so induziert die Vertikal-Komponente eines eventuell angeregten anomalen Magnetfeldes bei gleicher Windungszahl der Signalspule elektrische Spannungen U_{i2} der Größenordnung

$$0,02 \text{ } \mu\text{V} < U_{i2} < 2 \text{ } \mu\text{V}.$$

Auch die Intensität Z des vertikalen Magnetfeldes läßt sich dann aus

$$Z = \frac{U_{i2}}{\mu_0 \mu_r n F 2 \pi f}$$

bestimmen. Existiert in der o. a. Entfernung vom Sender im Untergrund ein gutleitendes Medium, so hat die Vertikal-Komponente des anomalen Magnetfeldes oberhalb der Erdoberfläche die Größenordnung

$$0.05 \cdot 10^{-8} \frac{\text{A}}{\text{m}} < Z < 0.5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{A}}{\text{m}} .$$

3. Der Einfluß der Geländeform auf die Ausbreitung des magnetischen Normal-Wechselfeldes

Die Beeinflussung künstlicher und natürlicher elektromagnetischer Wechselfelder durch die Gelände-Morphologie und ihre Auswirkungen auf geophysikalische elektromagnetische Prospektionsmethoden sind in der Literatur bisher nur wenig bearbeitet worden. Lediglich WHITTLES (1969) beschreibt in qualitativer Weise den Einfluß bergigen Geländes auf Messungen nach der Methode der Induktion durch künstliche elektromagnetische Längstwellen und zeigt einige Kriterien auf, mit denen die gesuchten, von elektrisch gutleitenden Gesteinskörpern verursachten Anomalien trotz der Überlagerung durch andere, geländeform-bedingte Anomalien festgestellt werden können. Einen mathematisch exakten Weg, den Einfluß unebenen Geländes auf das elektromagnetische Normalfeld zu untersuchen, haben MADDEN & VOZOFF (1971) sowie KU u.a. (1973) beschritten, indem sie einfache, stilisierte Modelle für verschiedene Oberflächenformen der Erde (Hang, Hügel, Mulde) mittels der "Network-Solution"-Methode berechnet haben. Die grundlegende Idee dieser Methode ist z.B. bei REITMAYR (1974, S. 54) erläutert, der sie als "Transmission-Line"-Analogie bezeichnet.

Diese Verfahrensweise ist zwar für Studienzwecke gut geeignet, läßt sich aber in der Prospektionsgeophysik nicht routineartig durchführen, da

- das Meßgebiet häufig in topographisch nicht aufgenommenem Gelände liegt und nur Luftbild-Aufnahmen als Orientierungsgrundlage zur Verfügung stehen, so daß die für die Modell-Gestaltung notwendigen geodätischen Daten fehlen bzw. erst durch eine eigene lokale Vermessung eingeholt werden müssen;
- die Morphologie selten zweidimensional ist und der große rechnerische Aufwand für ein dreidimensionales Gelände-relief-Modell bei einer Vorerkundungsmethode kaum zu vertreten ist.

BEBLO (1974) hat im Rahmen der Auswertung magnetotellurischer Messungen aus dem Gebiet der Felbertauern (Land Salzburg, Österreich) das erdelektrische Feld zweier parallel zueinander verlaufender zwei-dimensionalen Berge unter Verwendung eines Rechenprogrammes von HAAK (1974) ermittelt. Sein Ergebnis ist, daß die Einflußnahme der Geländeform auf das natürliche erdelektrische Feld mit Frequenzen $f \leq 1/10$ Hz selbst in einem so morphologisch bewegten Gebiet wie dem Alpenraum nicht meßbar ist, da die elektrische Leitfähigkeit der oberflächennahen Gesteinseinheiten den bestimmenden Einfluß auf das erdelektrische Feld ausübt.

Dieses Ergebnis läßt sich nicht auf das Verfahren der Induktion mittels künstlicher EM-Längswellen ($10 \text{ kHz} < f < 30 \text{ kHz}$) übertragen, denn aus den Meßkurven ist häufig die Geländeform längs der Profillinie unschwer zu erkennen, wie im folgenden Abschn. 3.1 demonstriert wird. Das bedeutet, daß die Oberflächenform der Erde den Kippwinkel ϑ und das Halbachsen-Verhältnis q der Polarisationsellipse meßbar beeinflusst.

3.1 Meßbeispiele - Beobachtungen und erste Rückschlüsse

Bevor die physikalischen Vorgänge beschrieben werden, die bei Messungen der Induktion durch künstliche elektromagnetische Längswellen zum Morphologie-Effekt führen, sollen in den Abb. 18 und 19 zwei Meßbeispiele aus dem NW-Harz (s. Karte der Abb. 17) vorgestellt werden, die in eindrucksvoller Weise die Beeinflussung der Meßdaten durch die Oberflächenform der Erde zeigen.

In Abb. 18b sind Messungen aufgetragen, die im Bereich des Grotenberges (Jerstedter Interessentenforst) ausgeführt wurden. Der Grotenberg liegt südlich der Grane-Talsperre zwischen Goslar und Hahnenklee (Abb. 18a). Der Meßpunkt-Abstand auf den Profilen ist äquidistant und beträgt 25 m; die NW-SE verlaufenden Profile haben einen gegenseitigen

Abstand von 200 m. Der Einfluß der Gelände-Oberfläche ist in den Ablesungen sowohl des Kippwinkels als auch des Halbachsen-Verhältnisses q der Polarisationsellipse erkennbar:

Sofern keine durch elektrisch gutleitende Gesteinskörper verursachten Anomalien auftreten, weisen die Meßkurven des Kippwinkels und des Halbachsen-Verhältnisses entlang einer wellenförmigen Geländekontur gleiche Polarität auf. Beide Meßgrößen haben auf dem in Meßrichtung ansteigenden Hang positives Vorzeichen, besitzen am Grat einen Null-Durchgang, sind an einem absteigenden Hang negativ und wechseln im Taleinschnitt erneut das Vorzeichen.

Meßergebnisse aus dem Gebiet des tafelberg-ähnlichen Mispeliet bei Wolfshagen (Klosterforst Goslar; s. Kartenausschnitt der Abb. 19a) sind in Abb. 19b gezeigt. Da die zwei Flanken des Mispeliet-Berges sehr unterschiedliche Hangneigungen aufweisen, haben die geländeform-beeinflußten Meßkurven einen ähnlichen unsymmetrischen Verlauf. Das Maximum über der kurzen, aber steilen Hangseite im NW ist dem Betrage nach erheblich größer als das Minimum über der längeren, aber flachen SE-Hangseite. Entsprechend unterschiedlich weit dehnen sich der positive und der negative Bereich der am Mispeliet-Berg aufgenommenen Meßkurven aus. Beiden Meßbeispielen kann man entnehmen, daß die Streichrichtung der morphologischen Strukturen von den geländeform-beeinflußten Messungen des Kippwinkels ϕ und des Halbachsen-Verhältnisses q der Polarisationsellipse wiedergegeben wird. Werden sämtliche Messungen der Induktion durch künstliche elektromagnetische Längswellen aus dem Untersuchungsgebiet "Goslar-Wolfshagener Devon-Trog" betrachtet (s. EBERLE, 1975b), so entdeckt man wie bereits in den Meßbeispielen der Abb. 18 und 19, daß in den Meßkurven solche Anomalien dominieren, deren horizontale Extremwert-Distanz Δy , der Abstand zwischen einem Maximum und

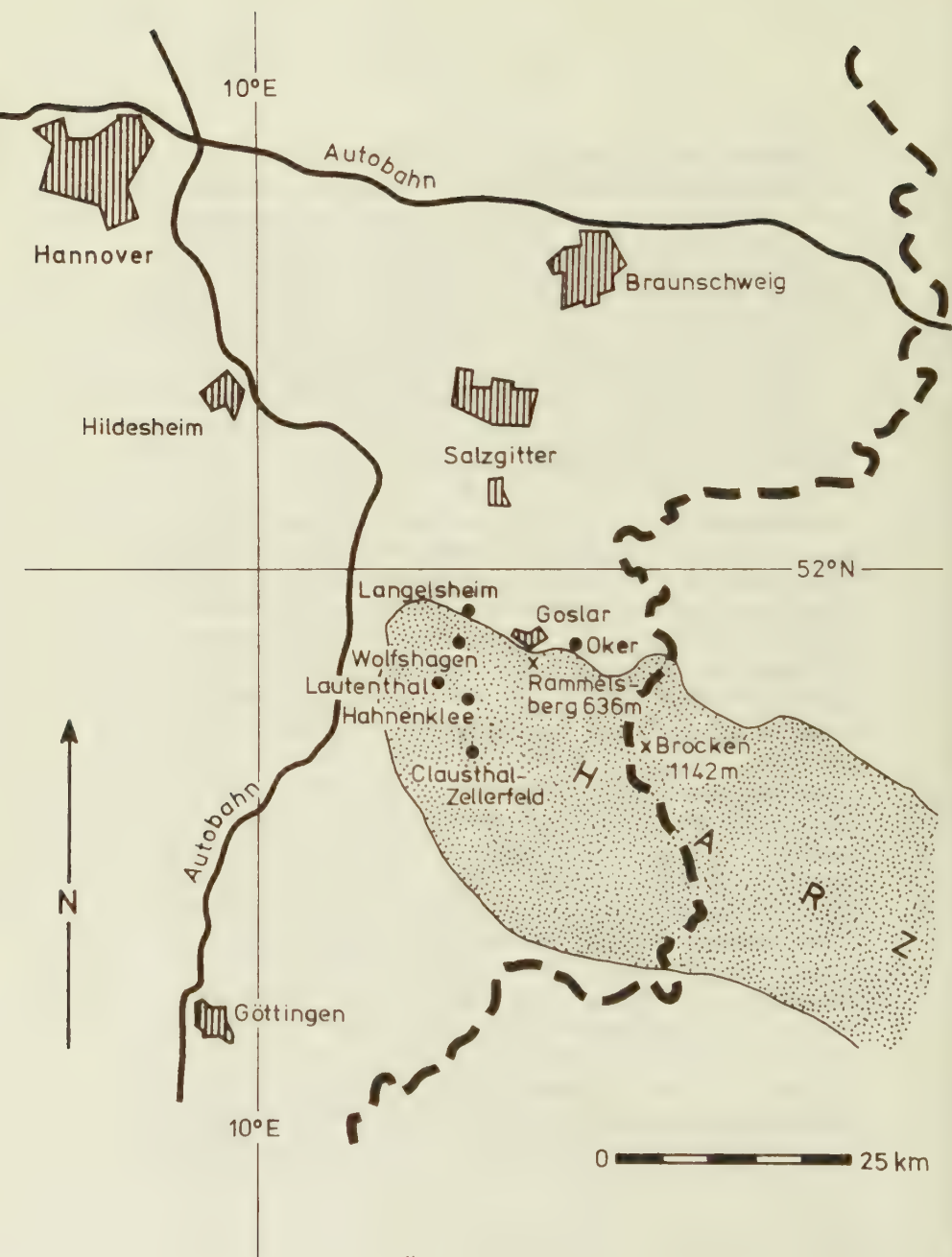


Abb. 17 Übersichtskarte des südlichen Niedersachsens.

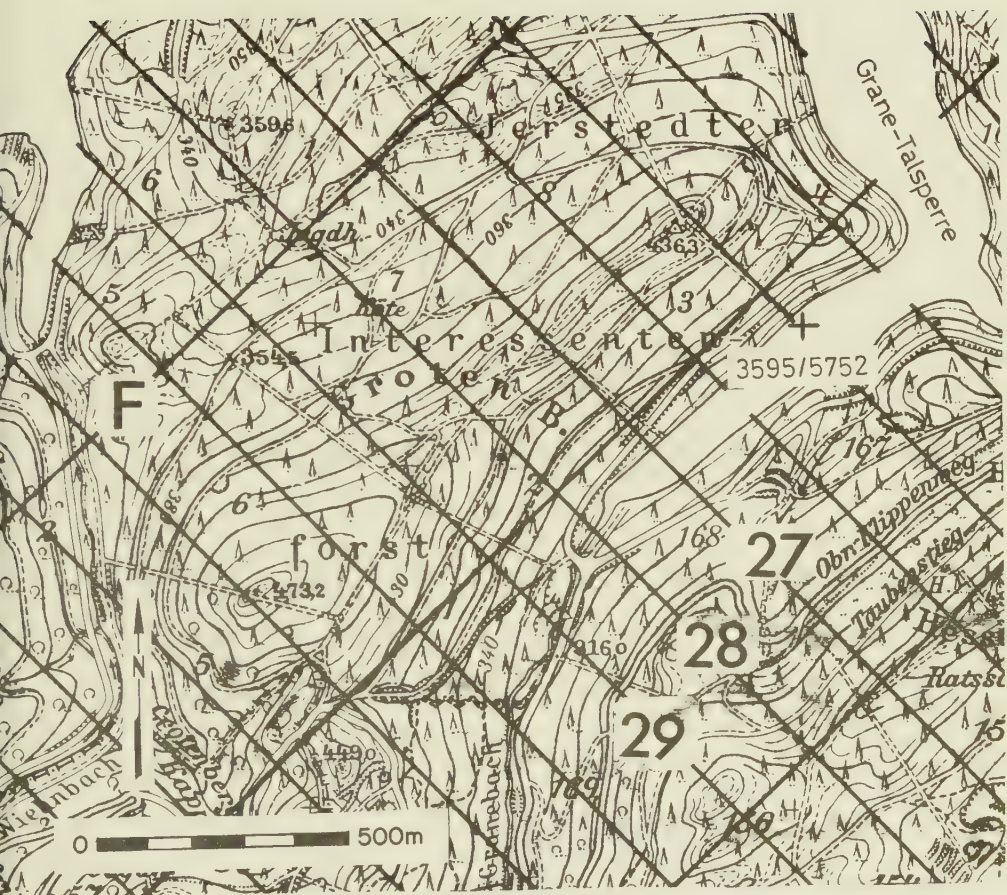
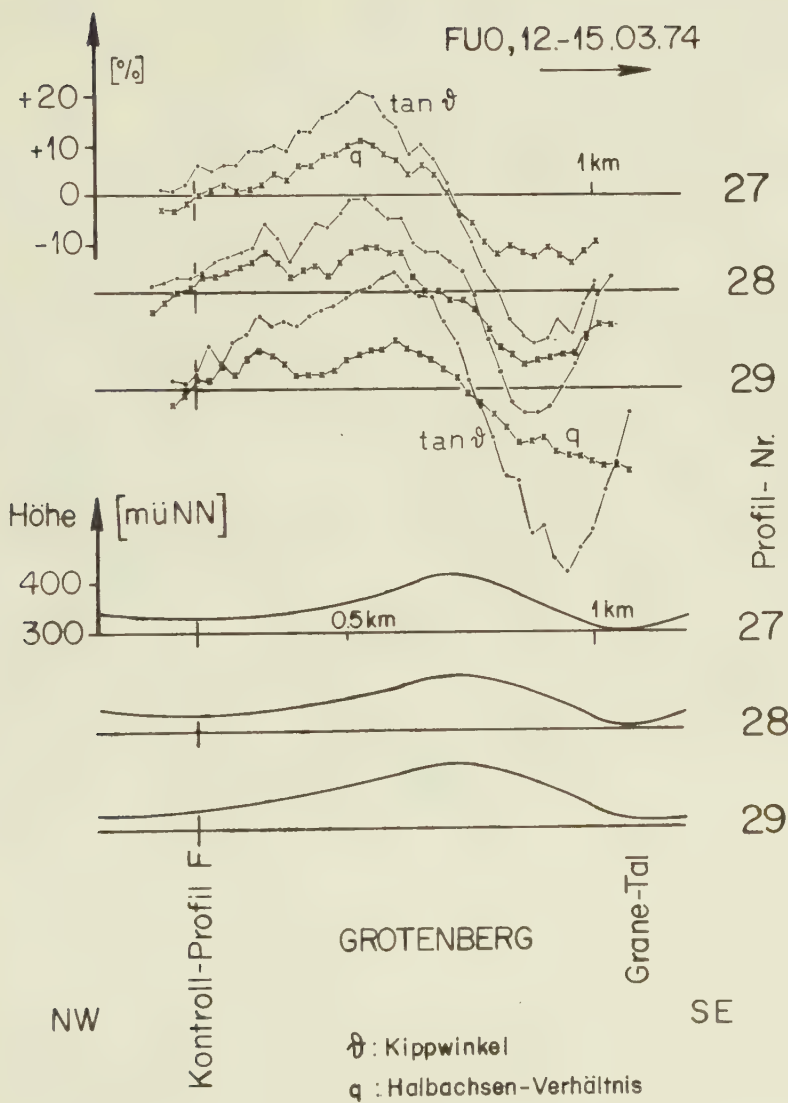


Abb. 18a Lage der Profile 27 - 29 am Grotenberg. Vergrößerter Ausschnitt der Topographischen Karte 1 : 25 000, Blatt 4128, Clausthal-Zellerfeld.

Abb. 18b Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis-
Ablesungen auf den Profilen 27 - 29 im Jerstedter Interes-
santen-Forst (oben) und Höhenlinien-Querschnitt längs
dieser Meßprofile (unten).



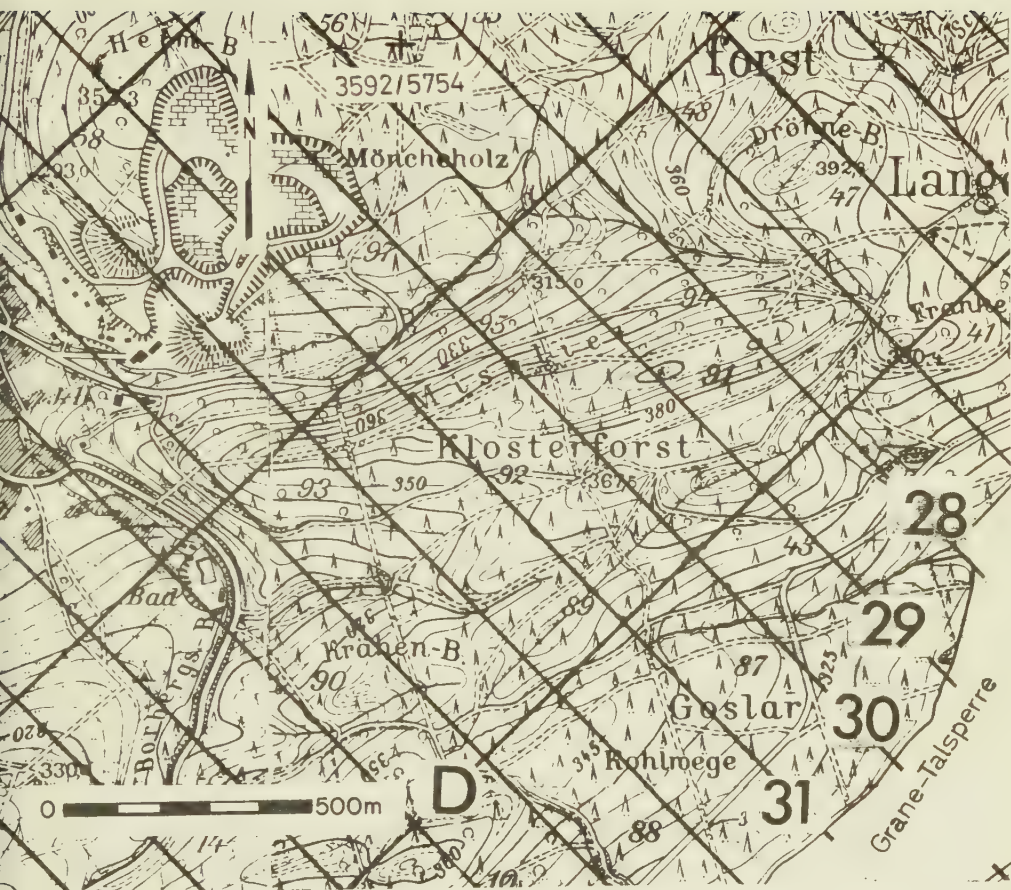
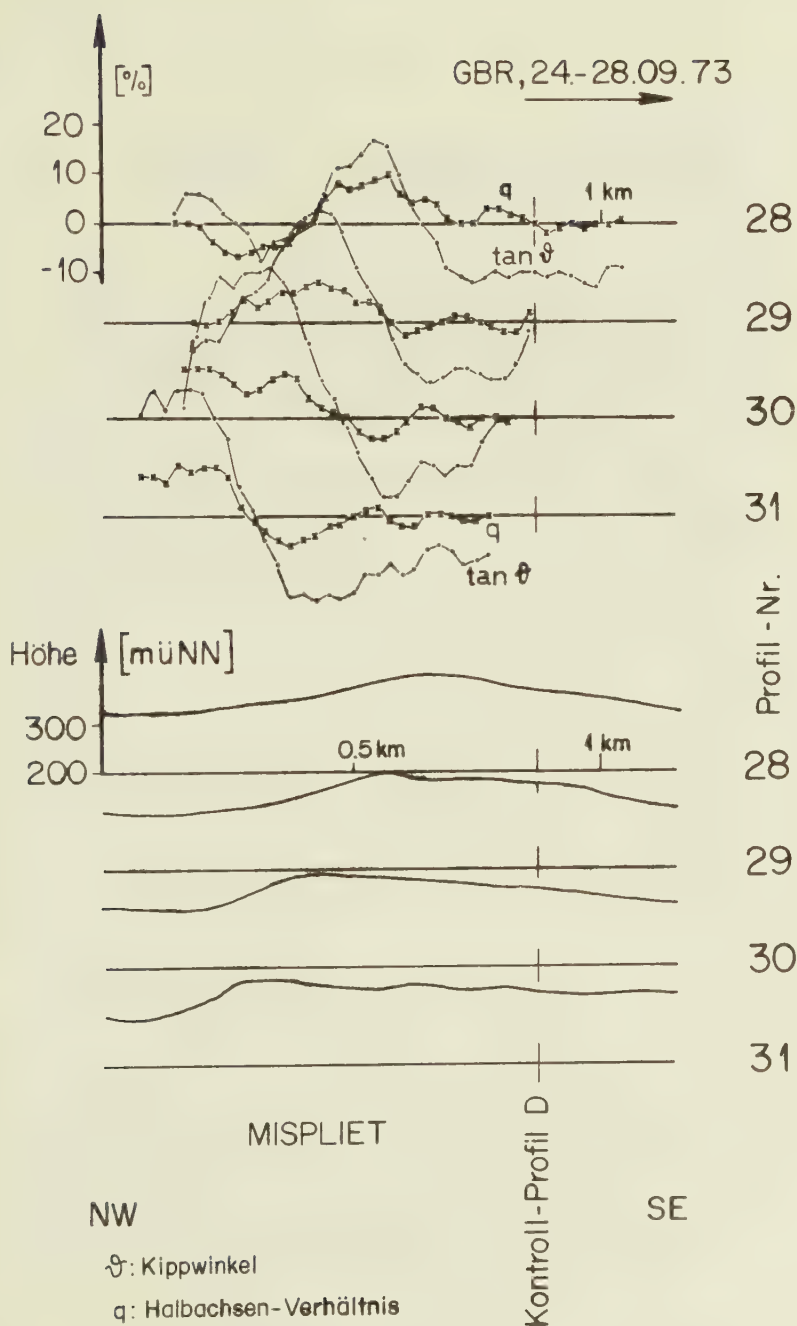


Abb. 19a Lage der Profile 28 - 31 am Mispliet-Berg im Klosterforst Goslar. Vergrößerter Ausschnitt der Topographischen Karten 1 : 25 000, Blatt 4028, Goslar, und Blatt 4027, Lutter am Barenberge.

Abb. 19b Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis-
Ablesungen auf den Profilen 28 - 31 im Klosterforst Gos-
lar (oben) und Höhenlinien-Querschnitt längs dieser Meß-
profile (unten).



seinem zugehörigen Minimum, 300 bis 700 m lang ist, also Δy zum Längenintervall

$$300 \text{ m} < \Delta y < 700 \text{ m}$$

gehört.

Um abzuschätzen, in welcher Tiefe z ein elektrisch gutleitender Störkörper sich befinden müßte, der eine Anomalie von einem derart weiten Maximum-Minimum-Abstand verursachen könnte, sei die Beziehung

$$(52) \quad z = C \cdot \Delta y$$

verwendet, in der C eine von der Form des Störkörpers abhängige Konstante ist. Die Beziehung (52) kann man ableiten, indem die Extremwert-Stellen y_E des anomalen vertikalen Magnetfeldes Z in der horizontalen y -Richtung bestimmt werden. Da y_E also aus

$$(53) \quad \frac{\partial Z}{\partial y} = 0$$

berechnet wird, müssen zunächst die Gleichungen für die anomale vertikale magnetische Komponente bekannt sein. Bei WARD (1967) entnimmt man für eine elektrisch leitende Kugel in einem harmonisch oszillierenden Magnetfeld

$$(54) \quad Z_{\text{Kugel}} = R^3 H_{01} g(\theta) \frac{3 yz}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} e^{-i \omega t}$$

und

$$(55) \quad Z_{\text{Zylinder}} = R^2 H_{01} g(\theta) \frac{2 yz}{(y^2 + z^2)^2} e^{-i \omega t}$$

für einen elektrisch leitenden, horizontalen, sich in x -Richtung unendlich weit erstreckenden Kreiszyylinder in einem senkrecht zur Zylinder-Achse harmonisch oszillierenden Magnetfeld.

Für einen gutleitenden, steil einfallenden dünnen plattenförmigen Körper, der in x -Richtung unendlich weit ausge-

dehnt ist, gibt schließlich FRASER (1969) für das anomale magnetische Vertikalfeld

$$(56) \quad Z_{\text{Platte}} = H_{01} g(\theta) \frac{y}{y^2 + z^2} e^{-i \omega t}$$

bei Anregung durch ein längs der y-Achse harmonisch oszillierendes Magnetfeld an. In den Beziehungen (54) bis (56) stellen R den Radius, H_{01} die Amplitude des längs der y-Achse bestehenden magnetischen Normal-Wechselfeldes und $g(\theta) = M - iN$ eine komplexwertige, vom Induktionsparameter abhängige komplizierte Funktion dar. Der Koordinaten-Ursprung befindet sich im Mittelpunkt von Kugel und Kreiszyylinder bzw. an der Platten-Oberkante. Werden nun die Gleichungen (54) bis (56), wie von (53) gefordert, nach y differenziert und gleich Null gesetzt, so erhält man die Stellen y_{E1} und y_{E2} , an denen das anomale magnetische Vertikalfeld einen Extremwert annimmt. Es sind

$$y_{E1,2} = \pm \frac{z}{2} \quad \text{für die Kugel,}$$

$$y_{E1,2} = \pm \frac{z}{3} \quad \text{für den horizontalen Kreis-
zyylinder,}$$

$$y_{E1,2} = \pm z \quad \text{für die steil einfallende,
dünne Platte.}$$

Da die Anomalien den Extremwert-Abstand

$$\Delta y = y_{E1} - y_{E2}$$

haben, erhält man

$$z = \Delta y \quad (C = 1) \quad \text{für die Kugel,}$$

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} \Delta y \quad (C = 0.86)$$

für den horizontalen
Kreiszylinder

und

$$(57) \quad z = \frac{1}{2} \Delta y \quad (C = 0.5)$$

für die steil einfal-
lende dünne Platte.

Nach jüngsten Modell-Versuchen von CONEY (1977), der die letzte Beziehung für die dünne Platte experimentell überprüfte, werden aus (57) bei oberflächennahen leitenden plattenförmigen Körpern zu große Tiefen ermittelt, während mit zunehmender Tiefe der Platten-Oberkante sich der berechnete z-Wert immer besser dem tatsächlichen annähert.

Wird nun die Formel (57) für die Abschätzung der Tiefenlage von Störkörpern benutzt, die die im Untersuchungsgebiet "Goslar-Wolfshagener Devon-Trog" gemessenen Anomalien von 300 bis 700 m weiten Extremwert-Abständen hervorgerufen haben könnten, so folgt, daß die zu diesen Anomalien gehörigen elektrischen Störkörper tiefer als 150 m unter Meßniveau zu suchen wären. Diese Tiefenangabe steht aber in krassem Gegensatz zu den möglichen Eindring- und Erkundungstiefen des Meßverfahrens. Wenn man für die im Untersuchungsgebiet verbreiteten devonischen Tonschiefer einen spezifischen elektrischen Widerstand $\rho < 500 \Omega\text{m}$ vorgibt, kann der Abb. 6 entnommen werden, daß die Längstwellen eine Skin-Tiefe von maximal 90 m haben und bei Vorhandensein eines massiven elektrisch leitenden Störkörpers das Verfahren eine ebenso große Erkundungstiefe besäße. Dieser Widerspruch führt zu der Einsicht, daß die Anomalien mit den 300 bis 700 m weiten Maximum-Minimum-Distanzen nicht durch die elektrischen Inhomogenitäten des Untergrundes zu erklären sind. Vielmehr müssen sie auf den Höhenverlauf der Gelände-Oberkante zurückgeführt werden, denn der Erdkörper insgesamt kann als elektrisch leitfähiges Medium angesehen werden, längs dessen gewellter Oberfläche sich wegen

des Skin-Effektes die vom Normalfeld H_{y0} induzierten flächenhaften Ströme j_x und j'_x bzw. der innere Feldanteil $H_y^{(i)}$ konzentrieren und daher eine Überlagerung mit dem äußeren, horizontalen Normalfeld-Anteil $H_y^{(e)}$ stattfindet.

Die durch die Geländeform verursachte Anomalie stellt nach den bisher gemachten Beobachtungen die längs der Profile in Meßrichtung ermittelte, mit einem Faktor F versehene 1. Ableitung des Höhenlinien-Querschnitts dar. Wenn die Funktion f (top) den Höhenlinien-Querschnitt längs der Profillinie y beschreibt und die Hangneigung an der Stelle $y = y_1$ durch

$$\frac{df(y_1)}{dy}$$

gegeben ist, so läßt sich der lineare Ansatz

$$(58) \quad \frac{df(y_1)}{dy} \cdot F(y_1, \epsilon_r, \sigma, \lambda, \xi_1, \xi_2) = \left\{ \tan \vartheta \right\}_q$$

zwischen der Kurve der Gelände-Oberkante und den Meßgrößen, dem Tangens des Kippwinkels ϑ und dem Halbachsen-Verhältnis q der Polarisationsellipse, formulieren, worin F ein von der Ortsabszisse y_1 , den Bodenkonstanten ϵ_r und σ , der Wellenlänge λ und den Winkeln ξ_1 , ξ_2 zwischen der Streichrichtung der morphologischen Strukturen und der Normalfeld-Richtung bzw. der Profil-Richtung abhängiger komplexwertiger Übertragungskoeffizient sein soll. F ist als Wertepaar (F_ϑ, F_q) zu verstehen, je nachdem ob auf der rechten Seite von (58) der Real- oder Imaginär-Teil der Vertikal-Komponente steht. Dieser Ansatz genügt außerdem der Beobachtung, daß die von der Oberfläche der Erde hervorgerufenen Anomalien dieselbe räumliche Wellenlänge besitzen, wie sie die morphologischen Strukturen in Richtung der Profile aufweisen.

3.2. Physikalische Vorgänge, die bei unebener Gelände-Oberfläche zur Bildung anomaler magnetischer Wechselfeld-Anteile führen

Da man nach speziellen Überlegungen zum Einfluß der Geländeform auf Messungen nach der Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen vergeblich in der Literatur suchen wird, sollen diese in dieser Arbeit angestellt werden.

Ein sich längs des Meßprofils aus Höhen und Niederungen zusammensetzendes Oberflächen-Relief stellt für fast sämtliche geophysikalische Verfahren eine Erschwernis gegenüber der in der Theorie gemachten Annahme von der ebenen Erdoberfläche dar, von der wegen der einfacheren mathematischen Behandlung stets ausgegangen wird. So folgt z.B. aus der Theorie der Gleichstrom-Elektrik für den elektrisch homogenen Halbraum mit zweidimensionalem Oberflächen-Relief, daß die Stromdichte unter Tälern zunimmt und sich in Bergen mit größer werdender Höhe abschwächt. Diese Beobachtung gilt bei senkrecht zum Berg-Tal-Streichen verlaufendem Stromfluß und für ein zeitlich konstantes elektrisches Potentialfeld (KUNETZ, 1966).

Ein Analogie-Schluß auf die Verteilung der vom künstlichen Längswellenfeld in unebenem Gelände induzierten Wechselströme ist wegen des Skin-Effektes, der in diesem Wellenlängen-Bereich in Abhängigkeit von den elektrischen Eigenschaften des Untergrundes relativ stark sein kann, nicht mehr zulässig. Die vom Längswellen-Normalfeld erzeugten Ströme beschränken sich im wesentlichen auf eine Oberflächen-Schicht, deren Mächtigkeit durch (33) gegeben ist und die im Vergleich zur halben Wellenlänge des Kurvenzuges, den die Gelände-Oberkante längs der Feld-Richtung von Berg zu Berg bzw. von Tal zu Tal beschreibt, sehr klein ist.⁺⁾

+) Im Untersuchungsgebiet "Goslar-Wolfshagener Devon-Trog" hat der durch Berge und Täler gegebene Verlauf der Gelände-Oberkante senkrecht zu deren Vorzugsstreichrichtung eine Wellenlänge von 1 - 2 km. Die Eindringtiefe des Längstwellenfeldes beträgt dagegen nur höchstens 90 m bei einem spezifischen elektrischen Widerstand $\rho < 500 \Omega m$ (s. Abb. 6).

Da das Berginnere dadurch praktisch feldfrei wird und der Stromfluß auf eine "Hüllfläche" des Berges beschränkt bleibt, kann der im künstlichen Längstwellenfeld beobachtbare Topographie-Effekt nicht wie in der Gleichstrom-Elektrik auf die Konzentrierung bzw. die Verdünnung der Stromdichte zurückgeführt werden.

Im Ausbreitungsweg zwischen Sender und Empfangsgerät befindet sich eine Gelände-Erhebung, deren Inneres die gleichen physikalischen Eigenschaften besitze wie der auf der übrigen Länge des Funkweges existierende elektrisch homogene Halbraum. Dieser Berg habe zwei-dimensionale Gestalt und erstrecke sich längs einer der zwei horizontalen Achsen eines kartesischen Koordinaten-Systems ins Unendliche. Diese Achse legt die Streichrichtung der morphologischen Strukturen fest. Wie für den Induktionsvorgang in einem elektrisch leitenden Gesteinskörper dessen Streichen und die Richtung des magnetischen Normal-Wechselfeldes von Bedeutung sind, so ist für das Zustandekommen der geländeform-bedingten Längstwellen-Anomalien der Winkel φ_1 zwischen der Richtung des Normal-Wechselfeldes und dem Streichen der morphologischen Strukturen maßgebend. Es sind zwei grundlegende Orientierungen zu unterscheiden:

- die Richtung des magnetischen Normalfeldes und das Streichen der morphologischen Strukturen bilden einen rechten Winkel;

- das magnetische Normalfeld oszilliert in der Streichrichtung der morphologischen Strukturen. In Abhängigkeit von der Vorzugsstreichrichtung der Berge und Täler wird ein Teil der ausgestrahlten E- und/oder H-Wellen auf eine Bergflanke treffen. Andere Feldwellen werden durch Beugung um die Bergkuppe gelenkt. Die unter dem Auftreffwinkel τ schräg auf ein nicht-ferromagnetisches Medium stoßenden Feldwellen werden nach der Theorie der Reflexion und Brechung in eine reflektierte und eine in das Medium eindringende Welle aufgespalten. An einem Empfangsort auf dem betreffenden Hang kommt es zu einer Interferenz der vom Sender auf direktem Wege eintreffenden und der am Hang reflektierten Wellen.

Als Elementarprobleme, die den Topographie-Effekt verursachen können, stellen sich also

- der Vorgang der Beugung und
- der Vorgang der Reflexion einer ebenen elektromagnetischen Welle.

3.2.1 Beugung ebener elektromagnetischer Längswellen an natürlichen Hindernissen der Erdoberfläche

In dem nahe der Erdoberfläche verlaufenden Funkweg befinden sich Berge, Täler und Hügelketten. Sie müssen durch Beugung unter Inkaufnahme eines Feldstärke-Verlustes überwunden werden.

Die Beugung an Hindernissen aller Art wird mit Erfolg auf die Beugung an einer Halbebene zurückgeführt (GROSSKOPF, 1970, S. 58). Dies ist ein Problem der Wellen-Optik, das zuerst von HUYGHENS durch sekundäre Kugeln erklärt wurde, die er jedem Punkt der Wellenfläche einer Primärwelle zuordnete und aus deren Interferenz das Feld jeder folgenden Wellenfläche, auch hinter Hindernissen, fortlaufend neu entstand. Die Beugungsfeldstärke an der Halbebene geht aus dem Integral

$$(59) \quad E = \int_F A \frac{e^{-ik \cdot d}}{d} df$$

hervor (HEILMANN, 1970; BECKER, 1974). Die Integration ist über die hindernisfreie Fläche F durchzuführen (Abb.20a); A ist die Amplitude der Sekundär-Strahlung, die auf der Fläche F durch die Quelle S erregt wird und d die Entfernung zwischen S, den Sekundär-Strahlern der Flächen-Anteile df, und dem Empfangsort P. Diese Beugungstheorie kann immer dann angewandt werden, wenn der Beugungswinkel χ (s. Abb. 20a) der Ungleichung

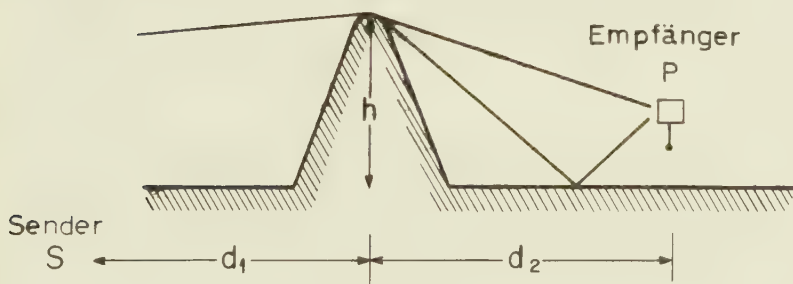
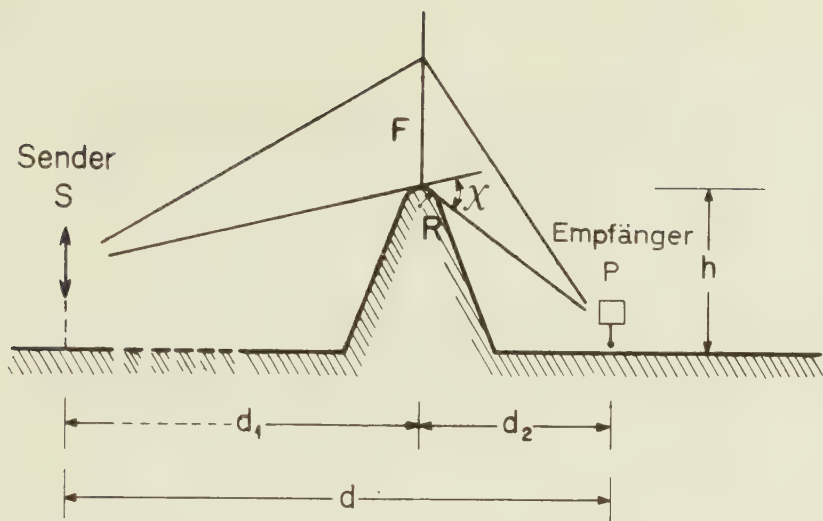
$$\chi < \frac{45}{\pi} \left(\frac{\lambda}{R} \right)^{1/3}$$

genügt (PICQUENARD, 1974, S. 82). Es sind λ die Wellenlänge, R der Radius der Gipfelkrümmung; χ ist in Altgrad angegeben. Wird unter Berücksichtigung der relativ sanften Geländeform des Harzes für den Radius R der Rundung eines Berggrates $R \approx 0.1$ km abgeschätzt und die Wellenlänge $\lambda = 20$ km gesetzt, so ist $\chi \approx 84^\circ$, d.h. im Längswellen-Bereich kann das Huyghens'sche Prinzip ohne Einschrän-

Abb. 20

a) Beugung an einer Kante ($d_1 \gg d_2$).

b) Beugung an einer Kante mit Mehrwege-Ausbreitung ($d_1 \gg d_2$).



kung auf alle vorkommenden Geländeformen angewandt werden, da der Poynting-Vektor der am Berggrat ankommenden Welle horizontal gerichtet ist und Hangneigungen von mehr als 80° selbst im Hochgebirge äußerst selten auftreten.

Das Integral (59) liefert für die Empfangsfeldstärke in P den Ausdruck (GROSSKOPF, 1970, S. 58)

$$(60) \quad E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \left(\frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} - \left(C\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) + i S\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) \right) \right).$$

Hier bedeutet E_0 die Freiraum-Feldstärke; die Funktionen $C(\frac{\pi}{2}x^2)$ und $S(\frac{\pi}{2}x^2)$ sind die Fresnel-Integrale

$$C\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) = \int_0^x \cos \frac{\pi}{2} t^2 dt \quad ; \quad S\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) = \int_0^x \sin \frac{\pi}{2} t^2 dt.$$

Insbesondere sind $C(0) = S(0) = 0$ und $C(\infty) = S(\infty) = \frac{1}{2}$ (JAHNKE-EMDE-LÖSCH, 1966). Mit Hilfe dieses Tafelwerkes kann man die Potenzreihen-Entwicklung im Nullpunkt bilden, erhält für kleine x

$$(61a) \quad \begin{aligned} C\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) &= x - \frac{\pi^2}{40} x^5 + \dots \\ S\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) &= \frac{\pi}{6} x^3 - \frac{\pi^3}{336} x^7 + \dots \end{aligned}$$

und für große x ($|x| \gg 1$) in erster Näherung

$$(61b) \quad \begin{aligned} C\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi x} \sin \frac{\pi}{2} x^2 \\ S\left(\frac{\pi}{2}x^2\right) &= \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi x} \cos \frac{\pi}{2} x^2 \end{aligned}$$

In einem rechtwinkligen C-S-Koordinaten-System stellt die Kurve

$$C = C\left(\frac{\pi}{2}x^2\right), \quad S = S\left(\frac{\pi}{2}x^2\right)$$

die bekannte Cornu-Spirale dar, wobei x die von Null an gemessene Bogenlänge bedeutet. Die gebeugte Feldstärke (60)

ist proportional der Strecke zwischen dem Punkt $C = S = -\frac{1}{2}$ und dem laufenden Punkt x auf der Spirale.

Für das Argument x gibt GROSSKOPF (1970) an

$$x = h \left(\frac{2}{\lambda} \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} \right) \right)^{1/2},$$

worin h die Höhe der Kante, d_1 die Sender-Kanten- und d_2 die Kanten-Empfänger-Distanz bezeichnen. In der Prospektion durch Induktion mittels künstlicher EM-Längstwellen hält man sich in morphologisch bewegtem Gelände stets in Nähe des beugenden Hindernisses auf, da die Meßprofile über die Bergrücken führen und die Täler queren. Es ist also aufgrund der weiten Sender-Kanten-Entfernung $\frac{1}{d_1} \ll \frac{1}{d_2}$, und das Argument x schreibt sich dann

$$x = h \left(\frac{2}{\lambda d_2} \right)^{1/2}.$$

In der folgenden Tabelle 4 sind einige Werte für x bei verschiedenen Höhen der beugenden Bergkuppe (gemessen ab Talgrund) in Abhängigkeit der Strecke d_2 bis zum Empfangs- und Meßort zusammengestellt. Als Wellenlänge ist $\lambda = 20$ km zugrunde gelegt.

	h (km)	0.1	0.2	0.3	0.5	1.0	2.0
d_2 [km]							
0.1		0.1	0.2	0.3	0.5	1.0	2.0
0.5		0.04	0.09	0.13	0.22	0.45	0.89
1.0		0.03	0.06	0.09	0.16	0.32	0.63
10.0		0.01	0.02	0.03	0.05	0.10	0.20

Tabelle 4: Fresnel-Integral-Argument x zur Bestimmung der Beugungsdämpfung bei Längstwellen.

Man entnimmt dieser Tabelle, daß x mit der Höhe des im Funkweg befindlichen Berges linear zunimmt, während es sich mit größer werdender Entfernung d_2 des Empfangs- und Meßortes von der Bergkuppe - in Richtung der Schattengrenze - immer mehr vermindert. Es zeigt sich, daß das Argument in Mittel- wie auch in Hochgebirgsgegenden selten mehr als 1 beträgt. Der Schattenraum hinter der beugenden Geländeform ist bei Längstwellen nicht stark ausgeprägt. Dies geht auch bereits aus der $1/\sqrt{\lambda}$ -Abhängigkeit des Argumentes x hervor. Für die Prospektion mittels künstlich angeregter Längstwellen sind deshalb die Beugungsdämpfungen in der Nähe der Schattengrenze, also für kleine x , von besonderem Interesse. Dafür findet man aus (60) und (61a)

$$\frac{E}{E_0} \approx \frac{1}{2} (1 - x) \approx \frac{1}{2} e^{-x}.$$

Dagegen bestimmt man für Beugungen weit im Schattenraum aus (60) und (61b)

$$\frac{E}{E_0} \approx (\sqrt{2} \pi x)^{-1} = \frac{0.225}{x}$$

Wird die Beugungsdämpfung in dB ausgedrückt, so ist

$$\text{- an der Schattengrenze} \quad 20 \lg \frac{E}{E_0} = -6 - 8.7 x$$

$$\text{- und tief im Schattenraum} \quad 20 \lg \frac{E}{E_0} = -13 - 20 \lg x.$$

Um eine Vorstellung über die Größenordnung der durch die Geländeform hervorgerufenen Beugungsdämpfungen zu gewinnen, seien zwei einfache Beispiele berechnet. Die auf dem Profil 29 der Abb. 18a gezeigte Strecke zwischen Grotenberg und Grane-Tal weist eine Höhendifferenz von 120 m zwischen Kuppe und Tal bei einer horizontalen Entfernung $d_2 = 500$ m auf. Befindet sich der Empfänger im Talgrund, so ist das Fresnel-Integral-Argument

$$x = 0.12 \left(\frac{2}{20 \cdot 0.5} \right)^{1/2} = 0.05$$

und die durch den Grotenberg verursachte Dämpfung

$$20 \lg \frac{E}{E_0} = -6 - 8.7 \cdot 0.05 = -6.45 \text{ dB}$$

bei einer Frequenz $f = 15.1 \text{ kHz}$ (FUO). Auf Profil 42 (s. Kartenausschnitt der Abb. 21) beträgt die Höhendifferenz zwischen Borbergskappe und Varley-Tal 210 m. Bergkuppe und Talgrund liegen 700 m voneinander entfernt. Es sind

$$x = 0.21 \cdot \left(\frac{2}{18.75 \cdot 0.7} \right)^{1/2} = 0.08$$

und

$$20 \lg \frac{E}{E_0} = -6 - 8.7 \cdot 0.08 = -6.7 \text{ dB}$$

bei der Frequenz $f = 16 \text{ kHz}$ (GBR).

Es ist ersichtlich, daß sich die durch unebenes Gelände nahe der Erdoberfläche bedingte Intensitätsabnahme des Wechselfeldes im Längstwellenbereich in Grenzen hält. Auf die Meßwerte der Zwei-Spulen-Geräte übt diese Feldstärken-Verminderung keinen Einfluß aus, da die Intensität des oszillierenden vertikalen Magnetfeldes als Prozentsatz der am Meßpunkt existierenden Gesamtfeldstärke gemessen wird.

In den soeben durchgerechneten Beispielen ist nur der direkte Strahlenweg berücksichtigt, der den Sender, die Bergkuppe (Schirmkante) und den Empfänger geradlinig verbindet. Daneben können z.B. bei terrassenförmigen Hängen zusätzlich gebeugte boden-reflektierte Strahlen entstehen, so daß jenseits der Bergkuppe auf der Flanke, an der gemessen wird, eine Mehrwege-Ausbreitung möglich ist (Abb. 20b). Nicht immer wird die Abnahme der Feldintensität durch die Existenz eines Hindernisses erhöht. Der Effekt, daß sich diese gelegentlich durch das Einbringen eines Hindernisses in einen vorher freien Ausbreitungsweg verringert, ist als

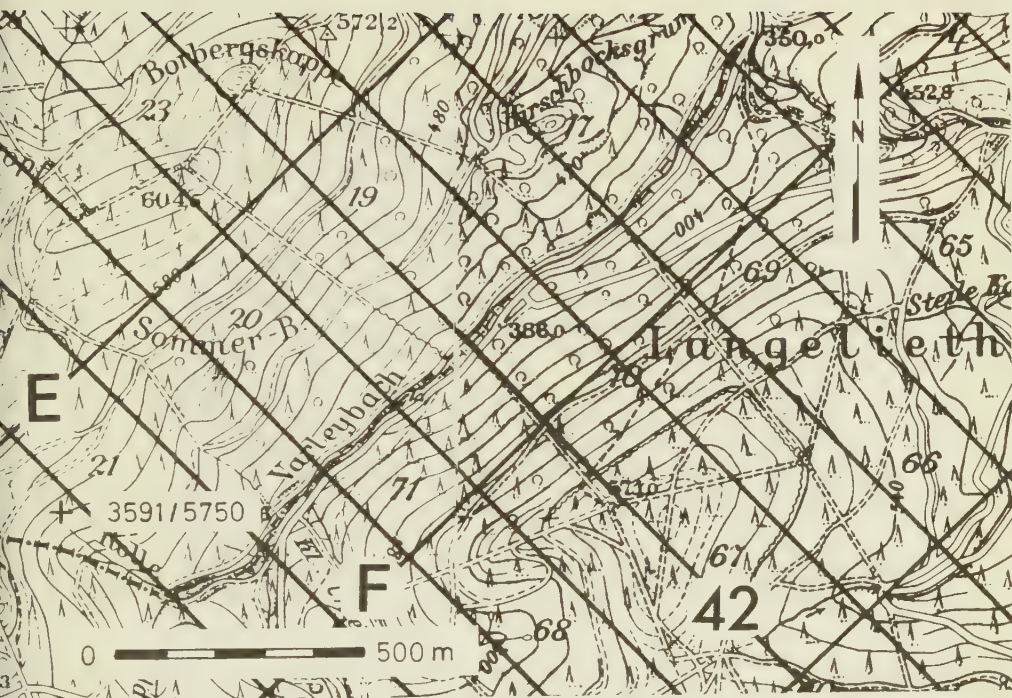


Abb. 21 Lage des Profils 42 zwischen Borbergskappe, Varley-Tal und Langelieth. Vergrößerter Ausschnitt der Topographischen Karten 1 : 25 000, Blatt 4127, Seesen, und Blatt 4128, Clausthal-Zellerfeld.

Hindernis-Gewinn bekannt. Dieser Effekt geht auf die Existenz vier verschiedener Strahlenwege zurück. Auf der Senderseite des Hindernisses, z.B. eines Berges, bestehen zwischen Sender und Bergkuppe ein direkter und ein bodenreflektierter Strahl; während auf der Empfängerseite der gebeugte direkte und ein gebeugter bodenreflektierter Strahl von der Kuppe zum Empfangsort verlaufen. Aufgrund der unterschiedlichen Weglänge der Strahlen tritt ein Gangunterschied beiderseits des Berges auf, der von der Höhe h des Berges, der Aufstellhöhe h_1 des Senders bzw. h_2 des Empfängers und den Entfernungen d_1 und d_2 des Berges vom Sender bzw. vom Empfänger abhängt. Das Interferenzfeld zeigt in der Sender-Empfänger-Distanz ($d_1 + d_2$) eine sinusförmige Abhängigkeit von der Aufstellhöhe h_2 des Empfängers mit Knotenebenen für

$$k \frac{h_2 h}{d_2} = m \pi \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

und Maxima mit dem vierfachen Freiraumwert der Feldstärke für

$$k \frac{h_1 h}{d_1} = k \frac{h_2 h}{d_2} = (2m + 1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

3.2.2 Ortsstreuung - das RAYLEIGH-Kriterium

Zusätzlich zu der im vorangegangenen Abschnitt erörterten Intensitätsabnahme des Wechselfeldes durch Beugung wird eine Ortsstreuung der Feldstärke durch die Interferenz an glatten, ebenen Flächen reflektierter Strahlen erzeugt. Als Ortsstreuung wird die statistische Streuung der Feldstärke in einem gewissen Umkreis um den gewählten Meßpunkt bezeichnet.

Die Antwort auf die Frage, ob ein Gelände infolge seiner Unebenheiten und vegetativen Bewachsung als rauh oder glatt angesehen werden kann, d.h. ob es zu Streuung oder spiegelartiger Reflexion des einfallenden elektromagnetischen Feldes kommt, gibt das RAYLEIGH-Kriterium.

$$h < \frac{\lambda}{16 \sin \tau}$$

Es liefert einen Anhalt für die zulässige Größe der Bodenunebenheiten h , die bei vorgegebener Wellenlänge λ und bekanntem Erhebungs- oder Auftreffwinkel τ nicht überschritten werden darf, wenn eine Spiegel-Reflexion zustande kommen soll (AL'PERT, 1974; BECKER, 1974). Im Längstwellen-Bereich ($\lambda \approx 15\,000\text{ m}$) kann danach stets mit spiegelartiger Reflexion gerechnet werden, da selbst bei einem Erhebungswinkel $\tau = \frac{\pi}{2}$ die Boden-Rauhigkeit h noch mehr als 800 m betragen müßte, um Streueffekte entstehen zu lassen. Wird die Schreibweise

$$\frac{h}{\lambda} < \frac{1}{16 \sin \tau}$$

betrachtet, so sieht man, daß die Fläche unter zwei Grenzbedingungen, nämlich für

$$\frac{h}{\lambda} \longrightarrow 0 \quad \text{und} \quad \sin \tau \longrightarrow 0,$$

als glatt angenommen werden darf.

Der letzte Fall entspricht streifendem Einfall, dem auch bei der Reflexion eine gewisse Sonderstellung zukommt, wie

weiter unten im Abschnitt 3.2.3 gezeigt wird.

Nach diesem Kriterium sind die Seiten eines Taleinschnittes als glatte Fläche anzusehen, an denen es zu einer Spiegel-Reflexion kommt. Deshalb kann sich die Empfangsfeldstärke in Hochgebirgstälern an einem der beiden Talhänge aus einem Hauptfeld aufbauen, das durch Beugung an den Empfangs- und Meßort gelangt, und einem Sekundärfeld, das an der gegenüberliegenden steilen Talseite reflektiert wird. Obwohl aus der Theorie der Wellen-Ausbreitung bekannt ist, daß die Ortsstreuung bei Frequenzen im MHz-Bereich am größten wird, soll ihre Größenordnung hier für das Längstwellen-Band abgeschätzt werden. Für den optimalen Fall, daß die rückstrahlende Fläche F senkrecht auf der Strahlrichtung steht und sich in der Entfernung d vom Meßort befindet, gibt GROSSKOPF (1970) für das Verhältnis von rückgestrahltem Feld E_s zu dem am Meßort vorhandenen Primärfeld E_0

$$\frac{E_s}{E_0} = \frac{3.34}{d} 10^{-6} f F$$

(Frequenz f in kHz; F in m^2 ; d in m).

Diese Beziehung bringt wie das Rayleigh-Kriterium zum Ausdruck, daß Ortsstreuung in jedem Wellenlängen-Bereich bei genügendem Ausmaß des Rückstrahlers zu erwarten ist. Es kommt nur auf das Verhältnis von Wellenlänge zur Dimension des Hindernisses an.

Zur Berechnung eines Beispielles sei wieder auf das Profil 42 des Harzer Meßgebietes im Goslar-Wolfshagener Devon-Trog zurückgekehrt, und zwar auf das von der Borbergskappe bis zur Langelieth reichende Teilstück, wo der verhältnismäßig tiefe Einschnitt des Varley-Tales überquert wird (Abb. 21). Die ostwärtige Talflanke werde als senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Längstwellen-Wechsel-

feldes der Station GBR stehende Fläche F der Größe $600 \text{ m} \cdot 200 \text{ m}$ aufgefaßt. Der Empfangs- und Meßort befinde sich auf der gegenüberliegenden Talseite in einer Distanz $d = 500 \text{ m}$. Mit der Frequenz $f = 16.0 \text{ kHz}$ erhält man $E_s/E_o = 0.013$. Die reflektierten Streufelder können demnach in diesem Gebiet höchstens 1.3% der Normalfeld-Intensität am Empfangsort betragen. In der Regel dürften sie noch erheblich kleiner sein, da eine Talflanke selten senkrecht auf der Strahlrichtung stehen wird und sich die rückgestrahlten Wellen nicht in das Talinnere ausbreiten.

Dieses Ergebnis ist so zu deuten, daß in hügeligem und bergigem Gelände Messungen nach der Methode der Induktion mittels künstlicher EM-Längswellen, insbesondere die Kippwinkel-Ablesungen, nicht durch Ortsstreuung gestört werden.

3.2.3 Reflexion und Durchgang ebener elektromagnetischer Wellen an einer Hangfläche

Die Hangfläche trenne die Atmosphäre (Medium 1), in der die Induktionskonstante μ_0 und die Dielektrizitätskonstante ϵ_0 gelten, von dem elektrisch leitenden Untergrund (Medium 2), dessen physikalische Eigenschaften durch μ_2 , ϵ_2 und die Leitfähigkeit $\sigma \neq 0$ beschrieben sind. Es werde angenommen, daß die zur Talsohle geneigte Grenzfläche (Berghang) in der unmittelbaren Umgebung der betrachteten Reflexions- und Eindringstelle angenähert eben ist. Ferner sei vorausgesetzt, daß die einfallende Welle linear polarisiert ist und der zugehörige Poynting-Vektor, der die Fortpflanzungsrichtung angibt, entweder mit dem Talboden komplanar oder senkrecht zu diesem orientiert ist.

3.2.3.1 Die Längserstreckung des Berges verläuft senkrecht zur Sender-Empfänger-Richtung; der magnetische Normalfeld-Vektor ist senkrecht zur Einfallsebene polarisiert

In dieser Anordnung liegt das Streichen des Berges parallel zur y-Achse des in Abschn. 2.2.1 festgelegten Koordinaten-Systems, die Richtung vom Sender zum Meßpunkt stimmt mit der x-Achse dieses Koordinaten-Systems überein (Abb. 22). Die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden ebenen Welle liegt in der x-Richtung. Der Vektor des elektrischen Feldes und der Poynting-Vektor $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ der auftreffenden Welle schwingen in der x-z-Ebene. Diese ist die Einfallsebene, da sie durch die Normale auf der Trennfläche und durch die Fortpflanzungsrichtung der einfallenden Welle aufgespannt wird.

Nach Abb. 22 bestimmen sich die Wege x_e , x_r und x_d der einfallenden, reflektierten und durchgehenden Wellenanteile zu

$$x_e = x$$

$$x_r = x \sin (\phi_r + \phi_e - \pi/2) + z \cos (\phi_r + \phi_e - \pi/2)$$

$$x_d = x \sin (\phi_r + \phi_e - \pi/2) + z \cos (\phi_r + \phi_e - \pi/2).$$

Die Amplitude der einfallenden magnetischen Welle sei H_{se} . Die Zeitabhängigkeit der Welle gemäß $e^{i\omega t}$, wie sie in Abschn. 2.2.1. für die elektrische und magnetische Feldstärke eingeführt worden war, bleibe bei den folgenden Betrachtungen außer acht gelassen, da sie zu einem beliebigen, aber festen Zeitpunkt $t = \text{const.}$ angestellt werden. Entsprechend den Gleichungen (23) und (25) folgt für die Komponenten des einfallenden Feldes

$$H_{ye} = H_{se} e^{-ik_0 x_e}$$

$$E_{xe} = 0$$

$$E_{ze} = H_{se} W_0 e^{-ik_0 x_e}.$$

Es sind $k_0 = (\mu_0 \cdot \epsilon_0)^{1/2}$ die Fortpflanzungskonstante und $W_0 = (\frac{\mu_0}{\epsilon_0})^{1/2}$ der Feldwellen-Widerstand in der Atmosphäre (Medium 1) (s. Abschn. 2.2.1.1). Werden die Amplituden H_{sr} der reflektierten und H_{sd} der durchgehenden magnetischen Wellen eingeführt, so lauten die Komponenten der reflektierten Welle

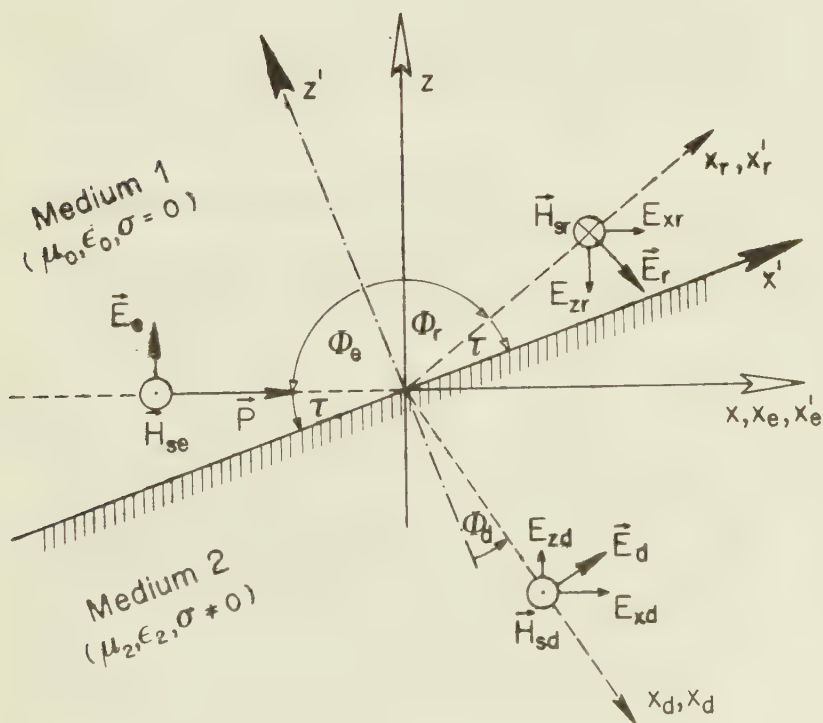
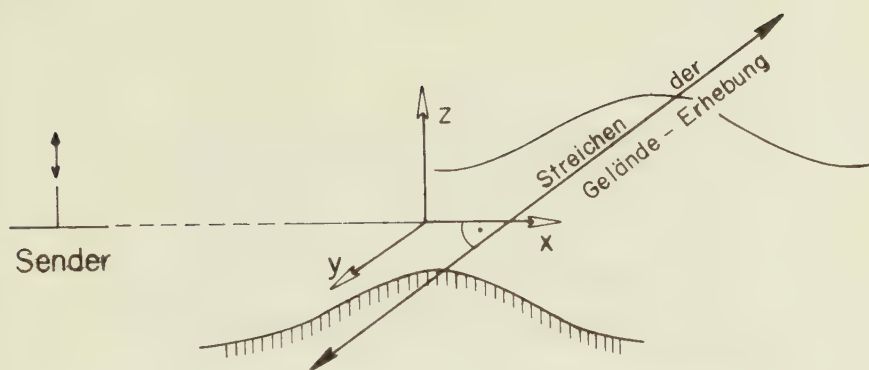
$$H_{yr} = -H_{sr} e^{-ik_0 x_r}$$

$$E_{xr} = H_{sr} W_0 \cos (\phi_r + \phi_e - \pi/2) e^{-ik_0 x_r}$$

$$E_{zr} = -H_{sr} W_0 \sin (\phi_r + \phi_e - \pi/2) e^{-ik_0 x_r}$$

und die der in den Untergrund (Medium 2) eindringenden Welle

Abb. 22 Reflexion und Durchgang ebener Wellen an einer schrägen Hangfläche; senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes H-Feld bzw. parallel der Einfallsebene schwingendes E-Feld. Die zum Streichen der Gelände-Erhebung senkrechte x-Richtung zeigt vom Sender weg.



$$H_{yd} = H_{sd} e^{-ik_2 x_d}$$

$$E_{xd} = H_{sd} W_2 \cos (\phi_d - \phi_e + \pi/2) e^{-ik_2 x_d}$$

$$E_{zd} = H_{sd} W_2 \sin (\phi_d - \phi_e + \pi/2) e^{-ik_2 x_d}.$$

Die Fortpflanzungskonstante k_2 des leitfähigen Untergrundes ist

$$k_2 = \omega (\mu_2 \eta)^{1/2},$$

worin η die komplexwertige Dielektrizitätskonstante (27) darstellt, und

$$W_2 = \left(\frac{\mu_2}{\eta} \right)^{1/2}$$

ist der Feldwellen-Widerstand im elektrisch leitenden Untergrund (s. Abschn. 2.2.1.3).

An der Grenzfläche müssen die Tangential-Komponenten von $\vec{H}$ und $\vec{E}$ stetig übergehen, also die Bedingungen

$$\begin{aligned} H_{ye} + H_{yr} &= H_{yd} \\ (62) \quad E_{\parallel e} + E_{\parallel r} &= E_{\parallel d} \end{aligned}$$

erfüllt sein, wenn die der Grenzfläche parallelen elektrischen Feldkomponenten durch $E_{\parallel}$ gekennzeichnet sind. Der Vorgang der Reflexion und des Durchganges elektromagnetischer Wellen wird nun vorteilhaft in den um den Winkel $\tau = \frac{\pi}{2} - \phi_e$ gedrehten x' - z' -Koordinaten-System beschrieben, in dem die Strahlenwege

$$x'_e = x' \sin \phi_e - z' \cos \phi_e$$

$$x'_r = x' \sin \phi_r + z' \cos \phi_r$$

$$x'_d = x' \sin \phi_d - z' \cos \phi_d$$

und die Komponenten des elektrischen Feldes an der geneigten Hangfläche

$$E_{\parallel e} = E_{x'e} = H_{se} W_0 \cos \phi_e e^{-ik_0 x'_e}$$

$$E_{\parallel r} = E_{x'r} = H_{sr} W_0 \cos \phi_e e^{-ik_0 x'_r}$$

$$E_{\parallel d} = E_{x'd} = H_{sd} W_2 \cos \phi_d e^{-ik_2 x'_d}$$

lauten und die Grenzfläche durch $z' = 0$ gegeben ist.

Aus dem Ansatz der Stetigkeitsbedingungen (62) längs der Trenn- bzw. Hangfläche $z' = 0$ lassen sich dann das bekannte Reflexionsgesetz

$$\phi_e = \phi_r,$$

das Brechungsgesetz nach SNELLIUS

$$k_0 \sin \phi_e = k_2 \sin \phi_d$$

und vor allem die Beziehungen zwischen einfallendem und reflektiertem Feld

$$H_{sr} = r_p H_{se}$$

bzw. zwischen einfallendem und durchgehendem Feld

$$H_{sd} = d_p H_{se}$$

ableiten, in denen die Größen

$$r_p = - \frac{\eta_r \cos \phi_e - (\eta_r - \sin^2 \phi_e)^{1/2}}{\eta_r \cos \phi_e + (\eta_r - \sin^2 \phi_e)^{1/2}}$$

als das Reflexionsvermögen und

$$d_p = \frac{2 \eta_r \cos \Phi_e}{\eta_r \cos \Phi_e + (\eta_r - \sin^2 \Phi_e)^{1/2}}$$

als das Durchgangsvermögen einer elektromagnetischen Welle bezeichnet werden, deren elektrischer Feldvektor in der Einfallsebene schwingt. Führt man den Auftreffwinkel $\tau = \pi/2 - \Phi_e$ anstelle des Einfallswinkels Φ_e ein, so lauten wegen $\sin \tau = \cos \Phi_e$ und $\cos \tau = \sin \Phi_e$ das Reflexionsvermögen

$$(63) \quad r_p = - \frac{\eta_r \sin \tau - (\eta_r - \cos^2 \tau)^{1/2}}{\eta_r \sin \tau + (\eta_r - \cos^2 \tau)^{1/2}}$$

und das Durchgangsvermögen

$$(64) \quad d_p = \frac{2 \eta_r \sin \tau}{\eta_r \sin \tau + (\eta_r - \cos^2 \tau)^{1/2}}$$

Die Formeln (63) und (64) sind aus der Physik der Optik bekannt und wurden erstmals von FRESNEL (1788 - 1827) hergeleitet.

Da die komplexwertige relative Dielektrizitätskonstante η_r in die Gleichungen (63) und (64) eingegangen ist, folgt, daß die Faktoren r_p und d_p ebenfalls komplexwertig sind. Das bedeutet physikalisch, daß die reflektierten und durchgehenden Wellen gegenüber der einfallenden Welle phasenverschoben sind. Betrag und Phase des reflektierten und durchgehenden Feldes inbezug auf das auf die Hangfläche einfallende Feld können mit den Beziehungen (63) und (64) ermittelt werden, wenn der elektrische Feldvektor parallel der Einfallsebene polarisiert ist.

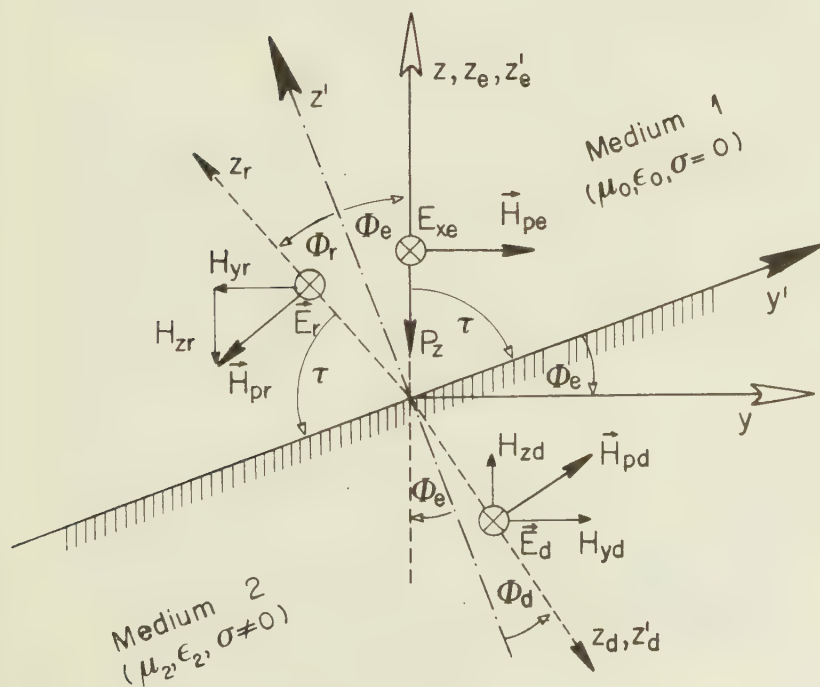
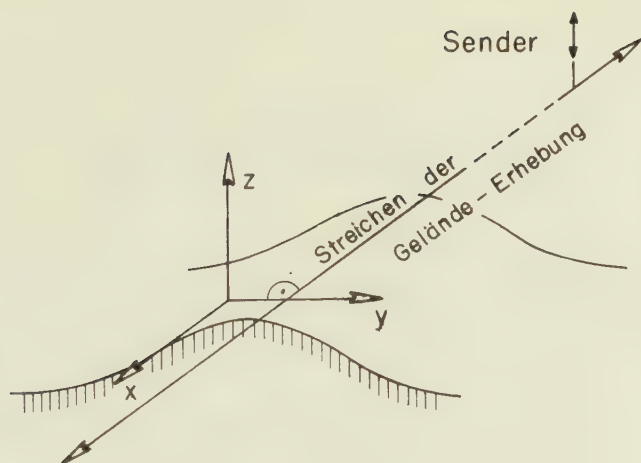
3.2.3.2 Die Längserstreckung des Berges liegt in der Sender-Empfänger-Richtung; der magnetische Normalfeld-Vektor ist parallel der Einfallsebene polarisiert

In dieser Position trifft das horizontale magnetische Normal-Wechselfeld parallel der y-Richtung des in Abschn. 2.2.1 eingeführten Koordinaten-Systems auf die schräge Hangfläche, während die Linien gleicher Höhe (Isohypsen) in der x-Richtung, der Richtung der Wellennormalen, verlaufen (Abb. 23). Die Fortpflanzungsrichtung der Welle stimmt mit der Vorzugsstreichrichtung des Berges überein. Das magnetische Normal-Wechselfeld H_{y0} läßt sich vektoriell in eine hangparallele Komponente $H_{\parallel}$ und eine senkrecht auf der Hang- bzw. Grenzfläche stehende Komponente $H_{\perp}$ zerlegen.

Der Feldanteil $H_{\parallel}$ induziert im Boden endlicher Leitfähigkeit σ eine den Isohypsen parallele Stromdichte j_x gemäß der in Abschn. 2.2.2 für den homogenen Halbraum mit horizontal verlaufender Grenzfläche gemachten Darstellung. Neben der E_z -Komponente des vertikal polarisierten Strahlers existiert in Ausbreitungsrichtung deshalb ein E_x -Anteil, der über der Grenzfläche gegenüber E_z zwar klein bleibt, aber für die Entstehung eines magnetischen Drehfeldes am Hang von besonderer Bedeutung ist, was aus dem folgenden Abschnitt resultieren wird. Es tritt ein vertikal nach unten zeigender Poynting-Vektor $P_z = E_x \times H_{y0}$ auf, der den Energie-Abfluß in den Untergrund repräsentiert und die Amplituden-Abnahme der über den Hang laufenden Welle zur Folge hat.

Die Einfallsebene ist jetzt die y-z-Ebene, da in ihr der Vektor P_z und die Flächennormale z' liegen. Das E_x -Feld steht senkrecht auf der Einfallsebene und verläuft in Richtung der Isohypsen horizontal zur Grenzfläche.

Abb. 23 Reflexion und Durchgang ebener Wellen an einer schrägen Hangfläche; parallel der Einfallsebene polarisiertes H-Feld bzw. senkrecht zur Einfallsebene schwingendes E-Feld. Die vom Sender weisende x-Richtung stimmt mit der Richtung des Streichens der Gelände-Erhebung überein.



Aus Abb. 23 ergeben sich die Wege z_e , z_r und z_d der einfallenden, reflektierten und durchgehenden Wellenanteile.

$$z_e = -z$$

$$(65a) \quad z_r = -y \sin(\phi_e + \phi_r) + z \cos(\phi_e + \phi_r)$$

$$z_d = y \sin(\phi_e + \phi_d) - z \cos(\phi_e + \phi_d).$$

Wird das Reflexionsgesetz $\phi_e = \phi_r$ benutzt, so lautet der Strahlenweg der reflektierten Welle

$$(65b) \quad z_r = -y \sin 2\phi_e + z \cos 2\phi_e.$$

Wenn H_{pe} die Amplitude des einfallenden magnetischen Feldes ist, wird die ankommende Welle durch

$$H_{ye} = H_{pe} e^{-ik_0 z_e}$$

$$(66a) \quad H_{ze} = 0$$

$$E_{xe} = -H_{pe} W_0 e^{-ik_0 z_e}$$

vollständig beschrieben. Das reflektierte magnetische Feld habe die Amplitude H_{pr} , und H_{pd} ist die des durchgehenden magnetischen Feldes. Nun sind die reflektierte Welle durch

$$H_{yr} = -H_{pr} e^{-ik_0 z_r} \cos 2\phi_e$$

$$(66b) \quad H_{zr} = -H_{pr} e^{-ik_0 z_r} \sin 2\phi_e$$

$$E_{xr} = -H_{pr} W_0 e^{-ik_0 z_r}$$

und die in den Untergrund eintretende Welle durch

$$H_{yd} = H_{pd} e^{-ik_0 z_d} \cos(\phi_e + \phi_d)$$

$$H_{zd} = H_{pd} e^{-ik_2 z_d} \sin(\phi_e + \phi_d)$$

$$E_{xd} = -H_{pd} W_2 e^{-ik_2 z_d}$$

gegeben. Das Reflexionsvermögen r_s und das Durchgangsvermögen d_s können bestimmt werden, indem das y-z-Koordinaten-System um den Einfallswinkel ϕ_e in das y'-z'-System gedreht wird und die Stetigkeitsbedingungen für das elektrische und magnetische Feld längs der Grenzfläche $z' = 0$ ausgenutzt werden. Auf diese Weise kommt man auf die FRESNEL'schen Formeln

$$r_s = \frac{\cos \phi_e - (\eta_r - \sin^2 \phi_e)^{1/2}}{\cos \phi_e + (\eta_r - \sin^2 \phi_e)^{1/2}}$$

für das Reflexionsvermögen und

$$d_s = \frac{2 \eta_r^{1/2} \cos \phi_e}{\cos \phi_e + (\eta_r - \sin^2 \phi_e)^{1/2}}$$

für das Durchgangsvermögen einer elektromagnetischen Welle mit senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem elektrischen Feld. Wird anstelle des Einfallswinkels ϕ_e wieder der Auftreffwinkel $\tau = \pi/2 - \phi_e$ in die Gleichungen für r_s und d_s eingesetzt, so erhält man

$$(67) \quad r_s = \frac{\sin \tau - (\eta_r - \cos^2 \tau)^{1/2}}{\sin \tau + (\eta_r - \cos^2 \tau)^{1/2}}$$

und

$$(68) \quad d_s = \frac{2 \eta_r^{1/2} \sin \tau}{\sin \tau + (\eta_r - \cos^2 \tau)^{1/2}} .$$

Reflexions- und Durchgangsvermögen bei senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem elektrischen Feld sind ebenfalls komplexwertig, so daß sich die reflektierten und eindringenden Wellen gegenüber dem auftreffenden Feld nach Betrag und Phase unterscheiden.

3.2.3.3 Bedeutung der komplexwertigen Reflexionsvermögen r_p und r_s für die Längstwellen-Ausbreitung an einer geneigten Grenzfläche (Berghang)

Die FRESNEL'schen Formeln lassen sich unter der Annahme, daß

$$\eta_r = \epsilon_r^2 + (60 \sigma \lambda)^2 \gg 1$$

ist, in eine einfachere Form überführen. Diese Bedingung ist unter den an der Erdoberfläche auftretenden physikalischen Gegebenheiten ($\epsilon_r \approx 10$, $\sigma \approx 10^{-2} \frac{S}{m}$, $\lambda \approx 10^4 m$) erfüllt, wie leicht nachzurechnen ist. Man erhält

$$(69) \quad r_p = - \frac{\eta_r^{1/2} \sin \tau - 1}{\eta_r^{1/2} \sin \tau + 1}; \quad d_p = \frac{2 \eta_r^{1/2} \sin \tau}{\eta_r^{1/2} \sin \tau + 1}$$

$$(70) \quad r_s = \frac{\sin \tau - \eta_r^{1/2}}{\sin \tau + \eta_r^{1/2}}; \quad d_s = \frac{2 \eta_r^{1/2} \sin \tau}{\sin \tau + \eta_r^{1/2}}.$$

Das Reflexions- und das Durchgangsvermögen sind eine Funktion der in der komplexwertigen relativen D.K. η_r zusammengefaßten Werte ϵ_r , σ des elektrisch leitenden Hanges. Den Formeln (69) und (70) ist zu entnehmen, daß

- beide Reflexionskoeffizienten bei streifendem Einfall ($\tau \rightarrow 0$) gegen $|r_p| = |r_s| = 1$ streben, die Reflexion ohne Intensitätsverlust und mit einem Phasensprung von 180° stattfindet; daß die Amplitude der eindringenden Welle praktisch auf Null zurückgeht und außer Betracht gelassen werden kann;
- bei senkrechtem Auftreffen ($\tau = \frac{\pi}{2}$) $r_p = r_s$ und $d_p = d_s$ werden;
- bei Polarisation des elektrischen Feldes parallel der Einfallsebene ein Auftreffwinkel τ_B existiert, für den $r_p = 0$ wird, also keine Reflexion erfolgt (Brewster-Winkel).

$$\sin \tau_B = \eta_r^{-1/2}$$

Für einen beliebigen Erhebungswinkel $0 \leq \tau \leq 90^\circ$ nehmen die Reflexionsvermögen r_p , r_s Beträge aus dem Intervall $0 \leq r \leq 1$ an. Betrag und Phase der zwei Reflexionskoeffizienten r_p , r_s sind in die Diagramme der Abb. 24 als Funktion des Erhebungs- bzw. Auftreffwinkels τ mit verschiedenen reellen und komplexwertigen D.K. als feste Kurvenparameter eingetragen.

Da die komplexe D.K. η auch eine Abhängige der Wellenlänge ist, wurde eine Frequenz $f = 18 \text{ kHz}$, $\lambda = 16\,667 \text{ m}$ bei verschiedenen Bodenwerten ϵ_r und σ zugrunde gelegt. Der Tabelle 5 können die Bodenbeiwerte für die drei gewählten komplexen und die übrigen reellen D.K. entnommen werden.

Art der Erdoberfläche	relative D.K. ϵ_r	elektr. Leitfähigkeit σ [S/m]	komplexe relative D.K. η_r ($\lambda = 16\,667 \text{ m}$)
Wasser	81	$1 - 10^{-2}$	
wenig durchfeuchteter Boden	10	$10^{-2} - 10^{-3}$	
feuchter Boden	30	10^{-2}	$30 - 10\,000 i$
trockener Boden	4	10^{-3}	$4 - 1\,000 i$
trockener Boden	4	10^{-4}	$4 - 100 i$

Tab. 5: Elektrische Daten des Bodens bei verschiedener Beschaffenheit (BECKER, 1974, S. 183) und komplexe Dielektrizitätskonstante (D.K.) im Längstwellen-Bereich.

Bei rein reeller D.K. besitzen die Reflexionsvermögen r_p , r_s den aus der Physik der Optik bekannten Verlauf. Für beliebigen Boden mit komplexem η_r durchläuft die $r_p(\tau)$ - Kurve bei einem gewissen reellen Erhebungswinkel τ_{Bre} lediglich ein aufgefülltes Minimum, für welches $r_p \neq 0$ gilt.

Abb. 24a Betrag $|r_s|$ des komplexwertigen Reflexionsvermögens für senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes und Betrag $|r_p|$ für parallel der Einfallsebene polarisiertes elektrisches Feld als Funktion des Auftreffwinkels τ der elektromagnetischen Welle. Die komplexwertige relative Dielektrizitätskonstante η_r ist auf eine Frequenz von 18 kHz bezogen.

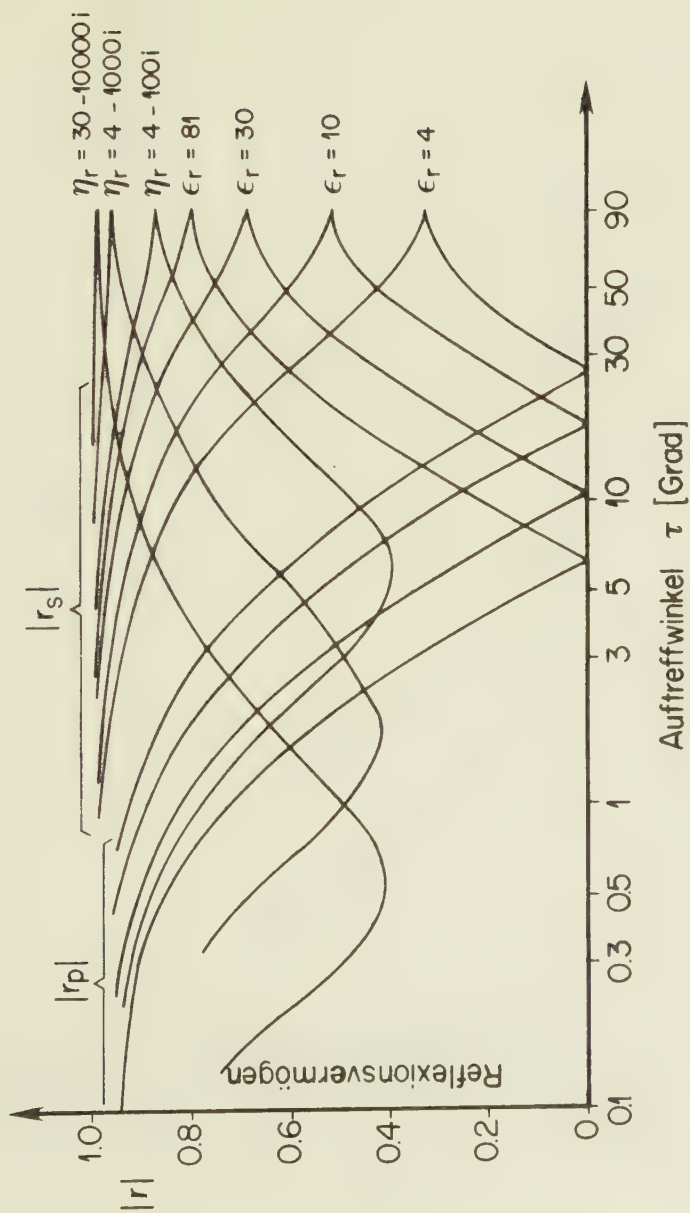
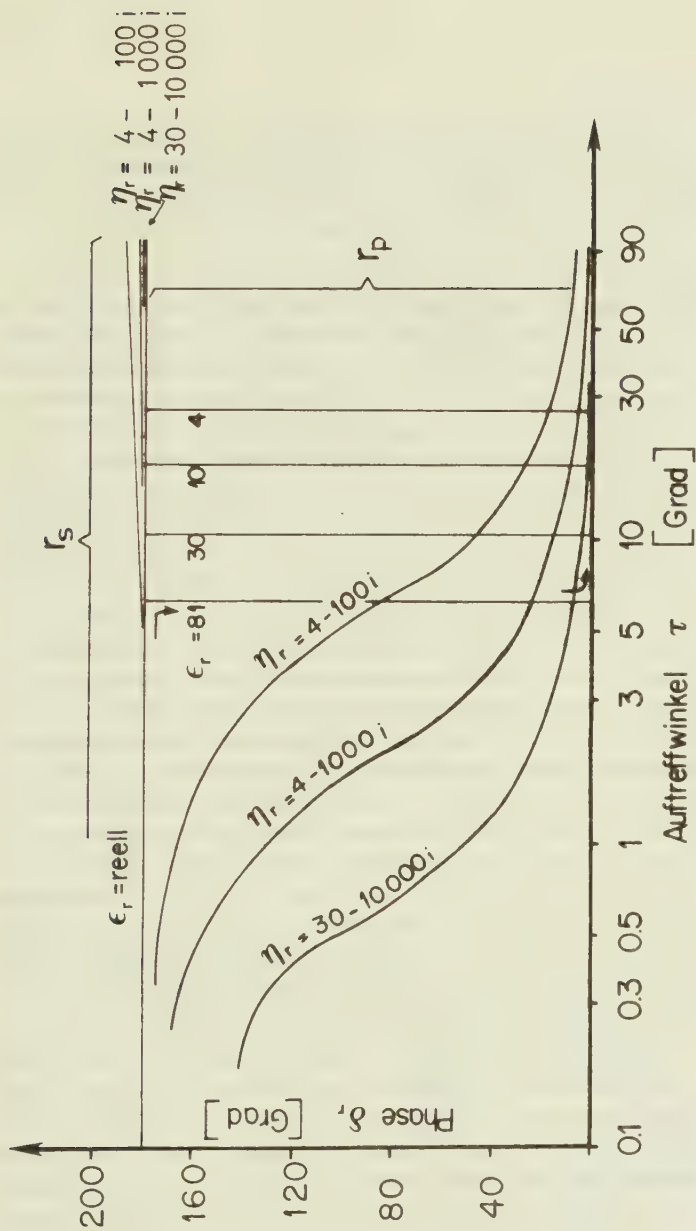


Abb. 24b Phase der komplexwertigen Reflexionsvermögen r_s und r_p als Funktion des Auftreffwinkels τ der elektromagnetischen Welle. Die komplexwertige relative Dielektrizitätskonstante η_r ist auf eine Frequenz von 18 kHz bezogen.



In Abb. 24a ist gezeigt, daß im Längstwellen-Bereich diese Minima des Reflexionsvermögens r_p nur bei kleinen Erhebungswinkeln $0^\circ < \tau < 10^\circ$ auftreten, wobei die Intensität der reflektierten Welle auf ca. 40 % derjenigen der auftreffenden Welle abgeschwächt ist.

Bei senkrecht zur Einfallsebene orientiertem elektrischen Feldvektor hat das Reflexionsvermögen dagegen bei allen Winkeln τ einen Betrag $r > 0.95$, der nur in sehr hochohmigem Gelände ($\rho > 2 \cdot 10^4 \Omega m$) geringfügig unterschritten wird. Das bedeutet, daß eine H-Welle, die nach Abb. 23 senkrecht zum generellen Streichen der Höhenlinien (Isohypsen) gegen einen Hang prallt, fast mit ihrer gesamten Intensität reflektiert wird. Dabei besteht eine Phasendifferenz δ_r zwischen der einfallenden und reflektierten Welle. δ_r ist nur wenig, aber stets von π verschieden, wie aus Abb. 24b ersichtlich wird.

Von streifender Inzidenz des künstlichen Längstwellenfeldes kann bei Messungen im Gelände immer dann ausgegangen werden, wenn sich die Sender-Empfänger-Richtung (Wellennormale) senkrecht zur Vorzugsstreichrichtung morphologischer Strukturen mit sanften Hangneigungen befindet (Abb. 22). Da der Vektor der reflektierten magnetischen Welle dem der einfallenden entgegengerichtet ist und sich die Felder beider Wellenanteile oberhalb der Hang-Grenzfläche in der Luft wegen $H_{se} \approx H_{sr}$ weitgehend kompensieren, ist das parallel den Isohypsen aus einfallendem und reflektiertem Feld bestehende magnetische Gesamtfeld Y relativ schwach, horizontal gerichtet und linear polarisiert. Diese Feldrichtung und Polarisations-eigenschaft bleiben auch bei starken Hangneigungen erhalten.

Wenn der Vektor des magnetischen Normalfeldes senkrecht zur Einfallsebene orientiert ist, entsteht durch die Reflexion der Welle am Berghang keine vertikale magnetische Komponente. Deshalb übt bei senkrechter Anordnung von Wellennormale und Morphologie-Streichen die Oberflächen-Gestalt des Gelän-

des keinen Einfluß auf die Messungen nach der Methode der Induktion durch künstliche elektromagnetische Längswellen aus.

Der Fall fast senkrechter Inzidenz des künstlichen Längswellenfeldes liegt vor, wenn das Streichen von Geländeerhebungen und Hügeln mit kleinen Hangneigungen in die Position des Senders zeigt (Abb. 23) und das magnetische Normalfeld parallel der Einfallsebene polarisiert ist. Die Partialwelle mit dem Poynting-Vektor $P_z = E_x \times H_{y0}$ trifft unter dem großen Auftreffwinkel τ und das magnetische Normalfeld unter dem kleinen Einfallswinkel ϕ_e auf die Hangfläche senkrecht zum Verlauf der Isohypsen. Da der Vektor der reflektierten magnetischen Welle dann annähernd zum Vektor des einfallenden magnetischen Normalfeldes entgegengesetzt gerichtet ist, beide magnetische Feldvektoren in etwa den gleichen Betrag haben und sich deshalb über der Hangfläche in der Luft nahezu aufheben, setzt sich auch in dieser Anordnung des Senders zum Streichen morphologischer Strukturen mit wenig ausgeprägtem Relief ein schwaches magnetisches Gesamtfeld in den Hang-Untergrund fort. Die zwei elektrischen Feldvektoren im Außenraum sind nahe der Hangfläche gleichgerichtet und annähernd gleich groß, so daß eine starke elektrische Welle in den Hang eindringt.

Mit zunehmender Hangneigung, d.h. kleiner werdendem Auftreffwinkel τ entsteht eine immer stärker werdende reflektierte vertikale magnetische Komponente Z_r . In der durch Reflexion am Berghang erzeugten vertikalen Magnetfeldkomponente Z_r ist die Ursache zu sehen, daß das aus einfallendem und reflektiertem Magnetfeld resultierende magnetische Gesamtfeld über der Hangfläche nicht mehr horizontal orientiert ist. Da zwischen diesen zwei magnetischen Feldanteilen außerdem die durch Reflexion hervorgerufene Phasendifferenz δ_r besteht, ist das magnetische Gesamt-

feld am Hang nach den Ausführungen in Abschn. 2.3.5 nicht mehr linear, sondern elliptisch polarisiert. Daher muß bei parallel der Einfallsebene schwingendem Normalfeld H_{y0} und Streichen der Geländeformen, das mit der Richtung zum Sender übereinstimmt, die Beeinflussung der Messungen nach der Methode der Induktion mittels künstlicher EM-Längswellen durch die Oberflächengestalt der Erde auf die Existenz der Magnetfeld-Komponente Z_r zurückgeführt werden.

Auch bei beliebiger Streichrichtung der morphologischen Strukturen wird der Geländeform-Einfluß auftreten, da das magnetische Normalfeld H_{y0} sich stets vektoriell in zwei Komponenten zerlegen läßt, von denen die eine parallel und die andere senkrecht zu den Isohypsen gerichtet ist. Dann zeichnet sich der Anteil des senkrecht zu den Isohypsen reflektierten magnetischen Normalfeldes durch eine Vertikal-Komponente aus, die zur elliptischen Polarisierung des Gesamtfeldes am Hang führt.

Im folgenden Abschnitt wird das magnetische, elliptisch polarisierte Hang-Drehfeld untersucht und nach Real- und Imaginär-Teil bestimmt.

3.3 Das magnetische elliptische Drehfeld am Hang

Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, daß die reflektierte Welle des senkrecht zum Verlauf der Höhenlinien auf einen Hang treffenden horizontalen magnetischen Normalfeld-Anteils eine vertikale Magnetfeld-Komponente Z_r besitzt, die den Ursprung der Einflußnahme der Gelände-Oberflächenform auf die Kippwinkel- und Halbachsen-Verhältnis-Messungen darstellt.

3.3.1 Quantitative Bestimmung der bei unebenem Gelände über elektrisch homogenem Untergrund entstehenden Kippwinkel- und Halbachsen-Verhältnis-Werte

Die magnetischen Feldvektoren der einfallenden und reflektierten Welle schwingen in der y-z-Ebene in unterschiedlichen Richtungen, die den Ortswinkel ϑ einschließen. Die reflektierte Welle hat gegenüber der einfallenden die Phase δ_r , die ungleich $n \cdot \pi$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) ist. Deshalb resultiert aus der Überlagerung von magnetischem Normalfeld und reflektiertem magnetischen Feld an der schrägen Grenzfläche (Berghang) ein elliptisch polarisiertes H-Feld, ohne daß hierzu die Induktion eines anomalen magnetischen Feldes durch eine elektrisch gutleitende Einlagerung notwendig wird. Die y-z-Ebene ist die Polarisationssebene des Hang-Drehfeldes.

3.3.1.1 Das komplexwertige Verhältnis Z_r/Y_r von magnetischer Vertikal- zu magnetischer Horizontal-Komponente des Hang-Drehfeldes

Wenn der zeitabhängige Vektor $\vec{C}_r(t)$ die durch Reflexion am Hang erzeugte Drehfeld-Ellipse umschreibt, lauten seine Komponenten Y_r und Z_r längs der y- bzw. z-Achse des ge-

wählten Koordinaten-Systems (s. Abb. 23) unter Benutzung der Gleichungen (65) und (66)

$$\begin{aligned}
 Z_r &= H_{zr} \\
 Y_r &= H_{ye} + H_{yr} \\
 Z_r &= -H_{pr} \sin 2\phi_e e^{-ik_0 z_r} \\
 (71) \quad Y_r &= H_{pe} e^{-ik_0 z_e} - H_{pr} \cos \phi_e e^{-ik_0 z_r}
 \end{aligned}$$

Da der Auftreffwinkel aus $\tau = \pi/2 - \phi_e$ folgt, sind

$$\sin 2\tau = \sin 2\phi_e$$

und

$$\cos 2\tau = -\cos 2\phi_e.$$

Für die Fortpflanzungskonstante k_0 der Luft (Medium 1) gilt nach den in Abschn. 2.2.1 genannten Beziehungen

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda},$$

wie man leicht nachrechnet. Da außerdem sich die Amplitude H_{pr} des reflektierten magnetischen Feldes aus der Gleichung

$$H_{pr} = r_s H_{pe}$$

ableitet, worin r_s das Reflexionsvermögen bei senkrecht zur Einfallsebene polarisiertem elektrischen Feld ist, können die Komponenten (71)

$$\begin{aligned}
 Z_r &= -r_s H_{pe} \sin 2\tau e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} z_r} \\
 Y_r &= H_{pe} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} z_e} + r_s H_{pe} \cos 2\tau e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} z_r}
 \end{aligned}$$

geschrieben werden. Die ortsabhängigen Exponenten der e-Funktion formuliert man günstig mit

$$- u_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (-z) = \frac{2\pi}{\lambda} z_e$$

$$- (u_1 + u_2) = \frac{2\pi}{\lambda} (-y \sin 2\tau - z \cos 2\tau) = \frac{2\pi}{\lambda} z_r .$$

In Anbetracht der niedrigen Höhe $z \approx 1.5$ m des Empfangs- und Meßortes über der Hangfläche und der großen Wellenlänge $\lambda \sim 15\,000$ m wird der Exponent u_2 sehr klein und $\exp(iu_2)$ annähernd gleich 1. Ebenso kurz ist die horizontale Distanz y des Meßortes von der Reflexions- und Eindringstelle am Hang, so daß

$$e^{iu_1} \approx 1$$

und folglich

$$e^{-\frac{2\pi}{\lambda} z_e} \approx e^{-\frac{2\pi}{\lambda} z_r} \approx 1$$

gesetzt werden können. Die Amplituden des Überlagerungsfeldes längs der y - und der z -Achse lauten dann

$$Z_r = - r_s H_{pe} \sin 2\tau$$

$$Y_r = H_{pe} + r_s H_{pe} \cos 2\tau .$$

Ihr Verhältnis Z_r/Y_r in Luft bestimmt sich zu

$$(72) \quad \frac{Z_r}{Y_r} = - \frac{\sin 2\tau}{1 + r_s \cos 2\tau} = - \frac{\sin 2\tau}{\frac{1}{r_s} + \cos 2\tau}$$

Da in das Verhältnis Z_r/Y_r neben trigonometrischen Funktionen des doppelten Auftreffwinkels auch das komplexwertige Reflexionsvermögen r_s eingeht, ist der Quotient aus Z_r und Y_r ebenfalls eine komplexe Größe. Danach besteht eine noch zu ermittelnde Phasen-Differenz δ' zwischen den magnetischen Feldkomponenten längs der z - und y -Achse.

Für eine rein dielektrische Erde wird das Verhältnis (72) reell, da das Reflexionsvermögen in diesem Fall eine reelle Zahl ist. Unter Anwendung des Satzes von MOIVRE formuliert man das Reflexionsvermögen $r_s = r \exp(i \delta_r)$ und erhält für (72)

$$\frac{Z_r}{Y_r} = - \frac{\sin 2\tau}{\cos 2\tau + \frac{1}{r} e^{-i\delta_r}} = - \frac{\sin 2\tau}{(\cos 2\tau + \frac{\cos \delta_r}{r}) - i \frac{\sin \delta_r}{r}}$$

$$\frac{Z_r}{Y_r} = - \frac{\sin 2\tau ((\cos 2\tau + \frac{\cos \delta_r}{r}) + i \frac{\sin \delta_r}{r})}{(\cos 2\tau + \frac{\cos \delta_r}{r})^2 + (\frac{\sin \delta_r}{r})^2}$$

Anhand des Real-Teils des Verhältnisses Z_r/Y_r läßt sich entsprechend der Gleichung (43) der Tangens des Neigungswinkels ϑ_{top} der großen Ellipsen-Halbachse des Hang-Polarisationsfeldes gegen die horizontale y-Richtung finden.

$$\left| \frac{Z_r}{Y_r} \right| \cos \delta' = \tan \vartheta_{\text{top}}$$

$$\tan \vartheta_{\text{top}} = - \frac{\sin 2\tau (\cos 2\tau + \frac{\cos \delta_r}{r})}{(\cos 2\tau + \frac{\cos \delta_r}{r})^2 + (\frac{\sin \delta_r}{r})^2} \quad (73)$$

Das Halbachsen-Verhältnis $b/a = q_{\text{top}}$ der Hang-Polarisationsellipse ist in Anlehnung an Gleichung (44) durch den Imaginär-Teil von Z_r/Y_r gegeben.

$$\left| \frac{Z_r}{Y_r} \right| \sin \delta' = q_{\text{top}} = - \frac{\sin 2\tau \frac{\sin \delta_r}{r}}{(\cos 2\tau + \frac{\cos \delta_r}{r})^2 + (\frac{\sin \delta_r}{r})^2} \quad (74)$$

Mit den Gleichungen (73) und (74) sind die Meßgrößen des an einem Berghang auftretenden magnetischen, elliptisch polarisierten Drehfeldes bestimmt. Die Größen $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} , der Tangens des Kippwinkels und das Halbachsen-Verhältnis der durch die Geländeform verursachten Polarisationsellipse, sind Funktionen des Auftreffwinkels τ und des Reflexionsvermögens $r_s = r \exp(i \delta_r)$.

Um die physikalische Bedeutung dieser beiden Gleichungen zu erfassen, sollen die zwei Grenzfälle

$$|r_s| = r \longrightarrow 1$$

und

$$\tau \longrightarrow \pi/2$$

untersucht werden.

$$1. \quad |r_s| = r \longrightarrow 1$$

Den Diagrammen der Abb. 24 entnimmt man, daß bei senkrecht zur Einfallsebene orientiertem elektrischen Feld im Längstwellen-Bereich näherungsweise

$$r \approx 1 \quad \text{und} \quad \delta_r \approx \pi$$

gelten. Folglich ist

$$\cos \delta_r \approx -1 \quad \text{und} \quad |\sin \delta_r| \ll |\cos \delta_r|.$$

Wendet man die in diesem Grenzfall geltenden Näherungen auf die Gleichungen (73) und (74) an, so liefert die Rechnung

$$\tan \vartheta_{\text{top}} = - \frac{\sin 2\tau (\cos 2\tau - 1)}{(\cos 2\tau - 1)^2} = - \frac{\sin 2\tau}{(\cos 2\tau - 1)}$$

$$(75a) \quad \tan \vartheta_{\text{top}} = - \frac{2 \sin \tau \cos \tau}{(2 \cos^2 \tau - 1 - 1)} = \frac{\sin \tau \cos \tau}{\sin^2 \tau} = \cot \tau$$

für den Tangens des durch die Geländeform bedingten Kippwinkels und

$$q_{\text{top}} = - \frac{\sin 2\tau \sin \delta_r}{(\cos 2\tau - 1)^2} = \frac{\cot \tau \sin \delta_r}{(\cos 2\tau - 1)}$$

$$(75b) \quad q_{\text{top}} = \frac{\cot \tau \sin \delta_r}{2 (\cos^2 \tau - 1)} = - \frac{\cot \tau \sin \delta_r}{2 \sin^2 \tau}$$

für das Halbachsen-Verhältnis der Hang-Drehfeld-Ellipse.
Aus (75a) resultiert die elementare Beziehung

$$\tan \vartheta_{\text{top}} \cdot \tan \tau = 1$$

zwischen dem Kippwinkel und dem Auftreffwinkel. Der Kippwinkel-Tangens nimmt einen maximalen Wert an, der ebenso groß ist wie der Tangens der Hangneigung an der Reflexions- und Eindringstelle der Längswelle.

Es sei hier bereits auf ein Untersuchungsergebnis des nächsten Abschnittes über die Abhängigkeit des Betrages des Reflexionsvermögens von der Leitfähigkeit des Untergrundes vorgegriffen, nach dem der Betrag r des Reflexionsvermögens bei Längswellen und Leitfähigkeitswerten der Erde, die $10^{-3} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ nicht unterschreiten, um höchstens 5 % von dem Grenzwert 1 abweicht. Deshalb darf bei den meisten geophysikalischen Untersuchungen mit der diskutierten Meßmethode das Reflexionsvermögen der Erdoberfläche mit dem maximalen Wert 1 angenommen werden. Da die oberflächennahen, aus Verwitterungsböden bestehenden Deckschichten in der Regel gute elektrische Leiter sind (Ausnahme: lateritische Verwitterungsböden des "Quadrilâtero ferrífero" im brasilianischen Bundesstaat Minas Gerais mit Leitfähigkeiten der Größenordnung $10^{-3} < \sigma < 5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{S}}{\text{m}}$), genügen die Formeln (75) den elektrischen Eigenschaften der als Reflektor wirksamen Deckschicht bis auf die seltenen Ausnahmen anstehenden hochohmigen Gesteins.

$$2. \quad \underline{\Phi_e \longrightarrow 0; \tau \longrightarrow \pi/2}$$

Dies ist der Fall streifender Inzidenz des magnetischen Normal-Wechselfeldes H_{y0} an einem flachen Berghang. Da in fast jedem Meßgebiet sanft gewellte Geländeerhebungen

auftreten, soll dieser zweite wichtige Grenzfall behandelt werden. Unter den o.a. Grenzbedingungen werden

$$\sin \tau = 1, \quad \cos 2\tau = -1 \quad \text{und} \quad \delta_r \approx \pi, \text{ d.h.}$$

$$\frac{\cos \delta_r}{r} \approx -\frac{1}{r} \quad \text{und} \quad \left| \frac{\sin \delta_r}{r} \right| \ll \left| \frac{1}{r} \right|.$$

Werden diese Näherungen in (73) und (74) eingesetzt, so lauten die Meßgrößen der Drehfeld-Ellipse über einer kleinen Geländeerhebung

$$(76a) \quad \tan \vartheta_{\text{top}} = -\frac{\sin 2\tau}{-(1 + \frac{1}{r})} = \frac{2r \sin \tau \cos \tau}{1 + r} = 2r \cos \tau \frac{1}{1 + r}$$

$$\tan \vartheta_{\text{top}} \approx 2 \cos \tau (r - r^2 + r^3) \quad \text{für} \quad |r| < 1$$

und

$$(76b) \quad q_{\text{top}} = -\frac{\sin 2\tau \frac{\sin \delta_r}{r}}{(1 + \frac{1}{r})^2} = -\frac{2 \cos \tau \sin \delta_r}{(1 + r)^2}$$

$$q_{\text{top}} \approx -2 \cos \tau \sin \delta_r (1 - 2r + 3r^2) \quad \text{für} \quad |r| < 1.$$

Bei $r = 1$ gehen die Beziehungen (76) nach (75) über, wenn man dort $\tau \longrightarrow \pi/2$ berücksichtigt. Die Gleichungen (76) geben einen Eindruck über die Abhängigkeit der Meßgrößen vom Betrag r des Reflexionsvermögens: Mit abnehmendem r verringern sich sowohl der Tangens des Kippwinkels $\tan \vartheta_{\text{top}}$ als auch das Halbachsen-Verhältnis q_{top} der Hang-Drehfeld-Ellipse.

Die Phase des komplexwertigen Verhältnisses Z_r/Y_r ergibt sich aus der Division des Imaginär-Teils (74) durch den Real-Teil (73). Sie lautet

$$(77) \quad \tan \delta' = \frac{2 \sin \delta_r}{r \sin 4\tau + 2 \cos \delta_r}.$$

Man sieht, daß $\tan \delta'$ nicht allein von der Phase des Re-

flexionsvermögen bestimmt wird, sondern auch eine Funktion des Auftreffwinkels τ und des Betrages r des Reflexionsvermögens ist. Bei Winkeln $\tau > \frac{\pi}{4}$ gilt für den Tangens der Phase δ'

$$\frac{2}{3} \sin \delta_r < \tan \delta' < \sin \delta_r ,$$

je nachdem, ob $r \sin 4\tau = -1$ oder gleich Null ist. Für streifenden Einfall des magnetischen Normal-Wechselfeldes ($\phi_e \longrightarrow 0; \tau \longrightarrow \frac{\pi}{2}$) erhält man

$$\tan \delta' = \tan \delta_r \approx \sin \delta_r ,$$

da die Phase δ_r des Reflexionsvermögens näherungsweise stets gleich π ist.

3.3.1.2 Die Grenzflächen (ZENNECK)-Welle

Das durch Interferenz aus einfallendem magnetischen Normal-Wechselfeld und reflektiertem magnetischen Feld resultierende Gesamtfeld wird durch einen speziellen Wellen-Typus, die Grenzflächen- oder Oberflächen-Welle, gekennzeichnet, die 1907 erstmals von ZENNECK für das elektrische Feld über der Erdoberfläche untersucht wurde und z.B. bei VILBIG (1960, S. 440 ff) beschrieben ist. Amplitude und Phase der Oberflächen-Welle werden von der elektrischen Leitfähigkeit und der Dielektrizitätskonstanten des Bodens in Abhängigkeit von der Wellenlänge bestimmt.

Die Existenz dieses Wellen-Typus läßt die Bestimmung der Phase zwischen der senkrechten und der horizontalen magnetischen Feldkomponente an der schrägen Hangebene zu. Hierzu werde die magnetische Zenneck-Welle in der Luft und im leitfähigen Medium ermittelt. Aus den Maxwell-Gleichungen (13) und (14) bildet man unter Benutzung zeitabhängiger Fourier-Ansätze für $\vec{E}$ und $\vec{H}$ die zeitfreie Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + k_0^2 E_x = 0$$

und löst sie mit dem Ansatz

$$E_x = C e^{i(\omega t - u_1 z - u_2 y)}.$$

Aus der charakteristischen Gleichung

$$-(u_1^2 + u_2^2) + k_0^2 = 0$$

erhält man

$$u_2 = (k_0^2 - u_1^2)^{1/2},$$

so daß sich als Lösung für den Feldvektor E_x in Luft

$$E_x = C e^{-i(k_0^2 - u_1^2)^{1/2} y}$$

ergibt (k_0 : Fortpflanzungskonstante in der Luft). Auf die gleiche Weise gewinnt man für den Feldvektor E_x im Boden

$$E_x = C e^{-i(k_2^2 - u_1^2)^{1/2} y}$$

(k_2 : Fortpflanzungskonstante im Boden). Die Lösung der zugehörigen magnetischen Vektoren Y und Z läßt sich dann mittels der Maxwell-Gleichung (13), also aus

$$(\text{rot } \vec{E})_y = \frac{\partial E_x}{\partial z} = -i\omega\mu_0 Y$$

$$(\text{rot } \vec{E})_z = -\frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega\mu_0 Z$$

über der Grenzfläche und aus

$$(\text{rot } \vec{E})_y = \frac{\partial E_x}{\partial z} = -i\omega\mu_0 \eta_r Y$$

$$(\text{rot } \vec{E})_z = -\frac{\partial E_x}{\partial y} = -i\omega\mu_0 \eta_r Z \quad (\mu_{r2} \approx 1)$$

für das leitfähige Medium, ableiten. Die magnetischen Feldkomponenten in der Luft bestimmen sich zu

$$Y = \frac{u_1}{k_0 w_0} E_x$$

und

$$Z = -\left(\frac{k_0^2 - u_1^2}{k_0^2}\right)^{1/2} \frac{E_x}{w_0},$$

während im leitfähigen Untergrund

$$Y = \frac{u_1}{\mu_0 \eta_r \omega} E_x = \frac{u_1 k_0}{w_0 k_2^2} E_x$$

$$Z = - \frac{(k_2^2 - u_1^2)^{1/2}}{\omega \mu_0 \eta_r} E_x = - \frac{k_0}{w_0 k_2} \left(\frac{k_2^2 - u_1^2}{k_2^2} \right)^{1/2} E_x$$

gelten ($k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$, $k_2 = k_0 \eta_r^{1/2}$, $w_0 = (\frac{\mu_0}{\epsilon_0})^{1/2}$). Der gemeinsame Phasen-Faktor $\exp(-i(\omega t - u_1 z))$ wurde bei allen drei Komponenten ausgelassen. Da die relative Permeabilität in beiden Medien näherungsweise gleich 1 angenommen wird ($\mu_{r0} \approx \mu_{r2} \approx 1$), kann die Stetigkeit der vertikalen magnetischen Feldstärke Z beiderseits der Grenzfläche für die Bestimmung der Größe u_1 eingesetzt werden. Die Stetigkeitsbedingung liefert

$$\frac{k_0^2 - u_1^2}{k_0^2} = \frac{k_2^2 - u_1^2}{k_2^2} \left(\frac{k_0}{k_2} \right)^2$$

und schließlich

$$u_1^2 = k_0^2 \left(\frac{\eta_r}{1 + \eta_r} \right) \approx k_0^2 \left(1 - \frac{1}{\eta_r} \right).$$

Jetzt ist man in der Lage, das Verhältnis der magnetischen Vertikal- zur magnetischen Horizontal-Komponente oberhalb der Grenzfläche in der Luft zu berechnen. Aus

$$\frac{Z}{Y} = - \left(\frac{k_0^2 - u_1^2}{k_0^2} \right)^{1/2} \frac{k_0}{u_1} = - \frac{(k_0^2 - u_1^2)^{1/2}}{u_1}$$

$$\frac{Z}{Y} = - \frac{k_0 \left(\frac{1}{\eta_r} \right)^{1/2}}{k_0 \left(1 - \frac{1}{\eta_r} \right)^{1/2}}$$

folgt

$$(78) \quad \frac{Z}{Y} = \left(\frac{1}{\eta_r - 1} \right)^{1/2} \approx \eta_r^{-1/2}$$

wegen $|\eta_r| \gg 1$. Mit der relativen komplexwertigen D.K.

$$\eta_r = \epsilon_r - 60 \sigma \lambda = u - iw = |\eta_r| e^{-i \delta_Z}$$

formt man die Gleichung (78) um und erhält

$$(79) \quad \frac{Z}{Y} = |\eta_r|^{-1/2} e^{\frac{i \delta_Z}{2}} = (u^2 + w^2)^{-1/4} \left(\cos \frac{\delta_Z}{2} + i \sin \frac{\delta_Z}{2} \right).$$

Die durch (78) und (79) beschriebene Oberflächen-Welle breitet sich senkrecht zur Isohypsen-Richtung hangab- bzw. hangaufwärts aus. Sie ist auf die Umgebung der Grenzfläche beschränkt, da ihre Amplitude nach beiden Seiten dieser Fläche exponentiell abnimmt. Das sieht man, wenn

$$(k_0^2 - u_1^2)^{1/2} \approx k_c \cdot \eta_r^{-1/2}$$

in den Exponenten für die elektrische Welle in Luft eingesetzt wird.

3.3.1.3 Die Phase zwischen den Komponenten des Hang-Drehfeldes

Der Tangens des zum komplexwertigen Feldvektor Z/Y (78) gehörenden Verlustwinkels δ_Z ist durch

$$\tan \delta_Z = \frac{w}{u} = \frac{60 \sigma \lambda}{\epsilon_r}$$

gegeben. Die Phase δ_Z erreicht im Längstwellen-Bereich für Leitfähigkeitswerte der Größenordnung $\sigma > 10^{-4} \text{ S m}^{-1}$ und Werte der relativen D.K. $\epsilon_r \approx 10$ annähernd den Wert $\pi/2$, so daß aus Gleichung (79) auf eine Phasendifferenz von $\pi/4$ zwischen Z und Y zu schließen ist. Nach den Ausführungen im Abschn. 2.3.5 folgt daraus, daß das Interferenzfeld Z/Y elliptisch polarisiert ist. Da im Längstwellen-Bereich die Ungleichung $60 \sigma \lambda \gg \epsilon_r$ erfüllt ist, kann Gleichung (79) noch umgeformt werden.

$$\frac{Z}{Y} = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{w} \right)^{1/2} (1 + i)$$

Im Grenzflächen-Drehfeld hat die vertikale magnetische Feldkomponente eine gegenüber dem horizontal schwingenden H -Vektor um ca. 45° verschobene Phase.

Da der Tangens des halben Verlustwinkels $\frac{\delta_Z}{2}$ gleich dem Quotienten aus Imaginär- und Real-Teil des elliptisch polarisierten Drehfeldes ist, muß auch das Verhältnis der beiden Meßgrößen am Hang, des Halbachsen-Verhältnisses q_{top} zum Tangens des Kippwinkels ϑ_{top} , den Tangens von $\delta_Z/2$ liefern.

$$\tan \frac{\delta_Z}{2} = \frac{q_{\text{top}}}{\tan \vartheta_{\text{top}}}$$

Unter Zuhilfenahme der Beziehungen (43) und (44) gelangt man zu der Gleichung

$$\tan \frac{\delta_Z}{2} = \frac{Z_r \sin \delta'}{Y_r} \frac{Y_r}{Z_r \cos \delta'} = \tan \delta' ,$$

die nur dann erfüllt ist, wenn

$$\frac{\delta z}{2} = \delta'$$

ist. Da $\frac{\delta z}{2}$, wie eben erläutert, stets den näherungsweisen Wert $\pi/4$ hat, kann in Gleichung (77)

$$\tan \delta' = 1$$

gesetzt werden. Dann muß bei einem durch die Geländeform vorgegebenen Auftreffwinkel τ von der Phase δ_r der reflektierten Welle die Bedingung

$$r \sin 4\tau = 2 (\sin \delta_r - \cos \delta_r)$$

eingehalten werden. Für streifenden Einfall des magnetischen Normal-Wechselfeldes ($\Phi_e \rightarrow 0$; $\tau \rightarrow \pi/2$) folgt

$$\sin \delta_r - \cos \delta_r = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

bzw.

$$\delta_r = (4m + 1) \cdot \frac{\pi}{4} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots).$$

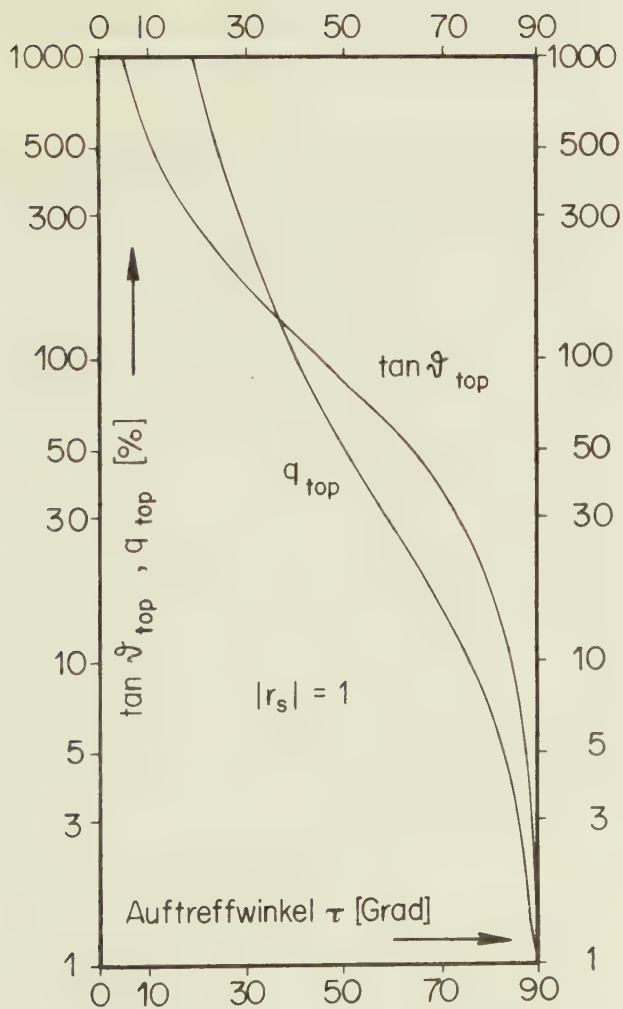
Da bei der Ableitung der Formel (74) der durch die Interferenz an der Grenzfläche hervorgerufene Wellen-Typus noch unberücksichtigt geblieben war, erhält man bei $|r_g| \rightarrow 1$ aus (75b) nur das Halbachsen-Verhältnis der Hang-Drehfeld-Ellipse mit $\sin \delta_r = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ die Beziehung

$$(80) \quad q_{\text{top}} = \frac{\cos \tau}{\sin^3 \tau} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Mit den Gleichungen (75a) und (80) ist man in die Lage versetzt, rechnerisch den Tangens des Kippwinkels ϑ_{top} und das Halbachsen-Verhältnis q_{top} des über einem Hang elliptisch polarisierten Feldes zu ermitteln, sofern eine verlässliche topographische Aufnahme des Untersuchungsgebietes (z.B. im Maßstab 1:5000 oder 1:25000) vorliegt.

In Abb. 25 sind die Gleichungen (75a) für $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und (80) für das Halbachsen-Verhältnis q_{top} gegen den Auftreffwinkel τ aufgetragen. Dieses Diagramm läßt sich für die Bestimmung der beiden Hang-Drehfeld-Größen unmittelbar verwenden, wenn der Auftreffwinkel der Welle $P_z = E_x \times H_{y0}$ bzw. die Hangneigung ($90^\circ - \tau$) bekannt sind.

Abb. 25: Tangens des Kippwinkels ($\tan \vartheta_{\text{top}}$) und Halbachsen-Verhältnis (q_{top}) der Drehfeld-Ellipse an einer schrägen Hangebene als Funktion des Auftreffwinkels τ der elektromagnetischen Längswelle. Das elektrische Feld E_x ist senkrecht zur Einfallsebene polarisiert; der Betrag des komplexwertigen Reflexionskoeffizienten ist gleich 1 gesetzt.



3.3.2 Die Abhängigkeit des Kippwinkels ϑ_{top} von der Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstanten des elektrisch leitenden Untergrundes

In den Gleichungen (75) war vorausgesetzt worden, daß der Betrag $|r_s| = r$ des Reflexionskoeffizienten unabhängig von der komplexen D.K. und dem Auftreffwinkel der Welle näherungsweise stets gleich 1 ist. Es ist zwar eine Erfahrung der Hochfrequenz-Technik, daß der Reflexionskoeffizient kaum von der Leitfähigkeit σ und der reellen D.K. ϵ_r des Bodens beeinflußt wird (s. z.B. GROSSKOPF, 1970, S. 42), doch soll trotzdem für den Längstwellen-Bereich die Abhängigkeit des Reflexionsvermögens von der komplexen D.K., getrennt nach deren Imaginär- und Real-Teil, untersucht werden, um den Einfluß der Boden-Konstanten σ und ϵ_r auf den Kippwinkel der Hang-Drehfeld-Ellipse zu bestimmen.

Der Real- und Imaginär-Teil des Reflexionskoeffizienten r_s lassen sich aus (70) mit einer etwas umfangreichen, aber elementaren Rechnung ermitteln, die hier nicht angeführt werden soll. Wird die komplexe D.K.

$$\eta_r \approx -i 60 \sigma \lambda$$

gesetzt, sind die elektrischen Eigenschaften des Bodens vornehmlich durch seine Leitfähigkeit beschrieben, und man erhält in guter Näherung folgenden Ausdruck für $|r_s| = r$:

$$r = \frac{2 \sin^2 \tau (60 \sigma \lambda)^3 + ((60 \sigma \lambda)^2 - \sqrt{2} \sin \tau (60 \sigma \lambda)^{\frac{3}{2}})^2)^{\frac{1}{2}}}{\sin^4 \tau + (60 \sigma \lambda)^2}$$

Mit der Wellenlänge $\lambda = 16\,667 \text{ m}$ wird $60 \sigma \lambda = 10^6 \sigma$ und

$$(81) \quad r = \frac{(2 \sin^2 \tau 10^{18} \sigma^3 + (10^{12} \sigma^2 - \sqrt{2} \sin \tau 10^9 \sigma^{\frac{3}{2}})^2)^{\frac{1}{2}}}{\sin^4 \tau + 10^{12} \sigma^2}$$

Der Ausdruck (81) ist in Abb. 26a gegen $\lg \frac{1}{\sigma} = \lg \rho$ aufgetragen, wobei der Auftreffwinkel als Kurvenparameter dient.

Man entnimmt dieser Darstellung, daß der Gültigkeitsbereich der Ungleichung

$$10^{12} \sigma^2 \gg \epsilon_r^2$$

vom Auftreffwinkel der elektromagnetischen Welle abhängt und für flache Inzidenz ($\tau \leq 20^\circ$) bis zu Leitfähigkeitswerten der Größenordnung $10^{-7} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ reicht. Bei steileren Auftreffwinkeln ($90^\circ > \tau > 45^\circ$), die an Hängen von Hügel- und Mittelgebirgslandschaften zu erwarten sind, kann die Gleichung (81) mit Werten der elektrischen Leitfähigkeit benutzt werden, die $3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ nicht unterschreiten. Für alle Werte $\sigma > 3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ist der Betrag des Reflexionsvermögens r nicht kleiner als 0.7 und der Reziprok-Wert $\frac{1}{r}$ nicht größer als 1.43. Je höher die Leitfähigkeit ist, desto besser nähert sich r dem Wert 1. So ergibt sich im Leitfähigkeitsintervall $1 > \sigma > 10^{-3} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ eine höchstens 5 %-ige Abweichung von $r = 1$. In diesem Intervall kann aber der Geophysiker die Mehrzahl der existierenden Boden- und Gesteinsleitfähigkeiten einordnen und deshalb den Reflexionskoeffizienten in den Gleichungen (73) und (74) gleich 1 setzen. Das bedeutet, daß die beiden Meßgrößen der Hang-Drehfeld-Ellipse praktisch von Änderungen der Boden- und Gesteinsleitfähigkeit unabhängig sind. Lediglich in geologisch alten Schildgebieten, in arktischen Gegenden mit Permafrost-Böden und auf Gletschern, wo die Leitfähigkeit auf Werte von 10^{-4} bis stellenweise $10^{-5} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ abnimmt, ist die eben gemachte Aussage nicht mehr ganz zutreffend.

Der Tangens des Kippwinkels ϑ_{top}

$$\tan \vartheta_{\text{top}} = - \frac{\sin 2\tau}{\cos 2\tau - \frac{1}{r}}$$

ist in Abb. 26b als Funktion des Auftreffwinkels τ gezeichnet, wobei das Reflexionsvermögen r bzw. sein Reziprok-Wert $\frac{1}{r}$ für die gewählten kleinen Leitfähigkeitswerte (10^{-4} , 10^{-5} und $5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{m}}$) nach Gleichung (81) berechnet wurden. Der gestrichelt eingezeichnete Kurvenzug

Abb. 26a Betrag des Reflexionsvermögens r_s bei senkrecht zur Einfallsebene orientiertem E_x -Feld und einer komplexwertigen Dielektrizitätskonstanten, die vorwiegend von der elektrischen Leitfähigkeit σ bestimmt wird ($(60\sigma\lambda)^2 \gg \epsilon_r^2$), in Abhängigkeit der Boden-Leitfähigkeit und des Auftreffwinkels τ der elektromagnetischen Längswelle.

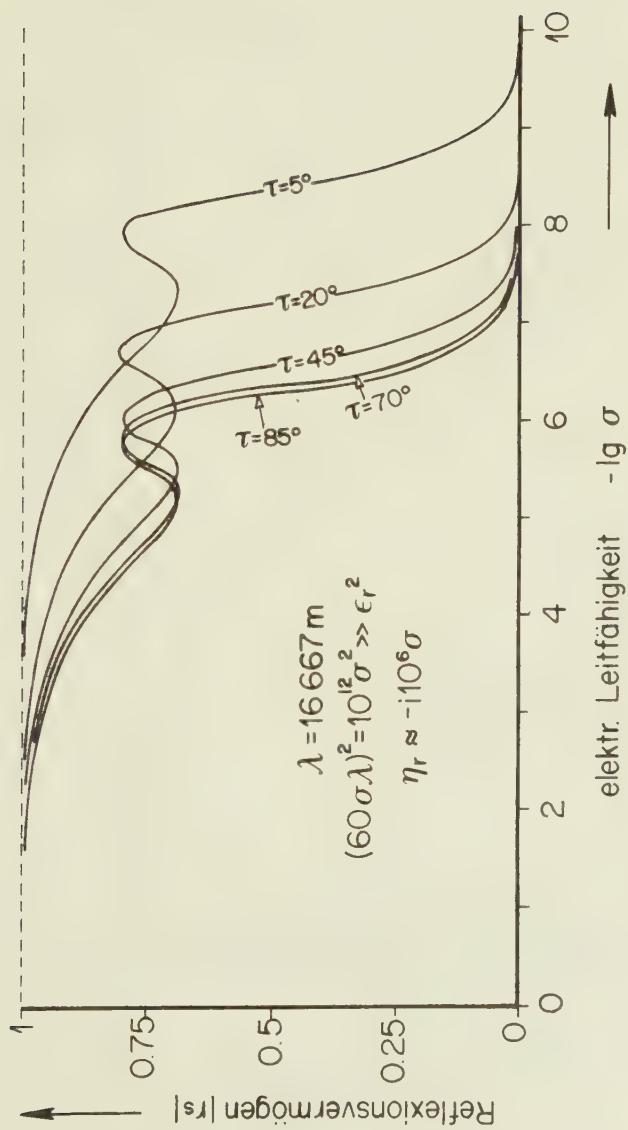


Abb. 26b Der Tangens des Kippwinkels ϑ_{top} als Funktion
des Auftreffwinkels τ und der elektrischen Leitfähigkeit σ
($\sigma \ll 1$; $\frac{1}{r} > 1$). Die gestrichelte Kurve ist $\tan \vartheta_{\text{top}}$ für
 $\sigma = 1 \text{ S/m}$; $r = \frac{1}{r} = 1$.

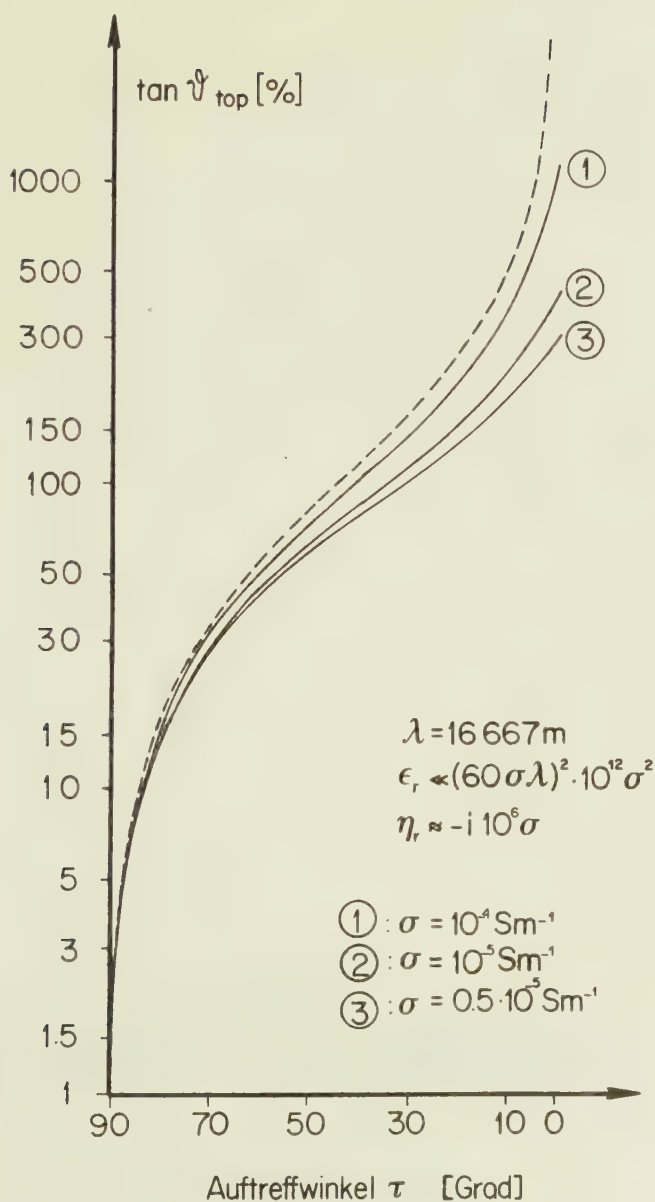


Abb. 27a Betrag des Reflexionsvermögens r_s bei senkrecht zur Einfallsebene orientiertem E_x -Feld und reeller Dielektrizitätskonstante $((60 \sigma \lambda)^2 \ll \epsilon_r^2)$ in Abhängigkeit der reellen Dielektrizitätskonstanten ϵ_r und des Auftreffwinkels τ der elektromagnetischen Längswelle.

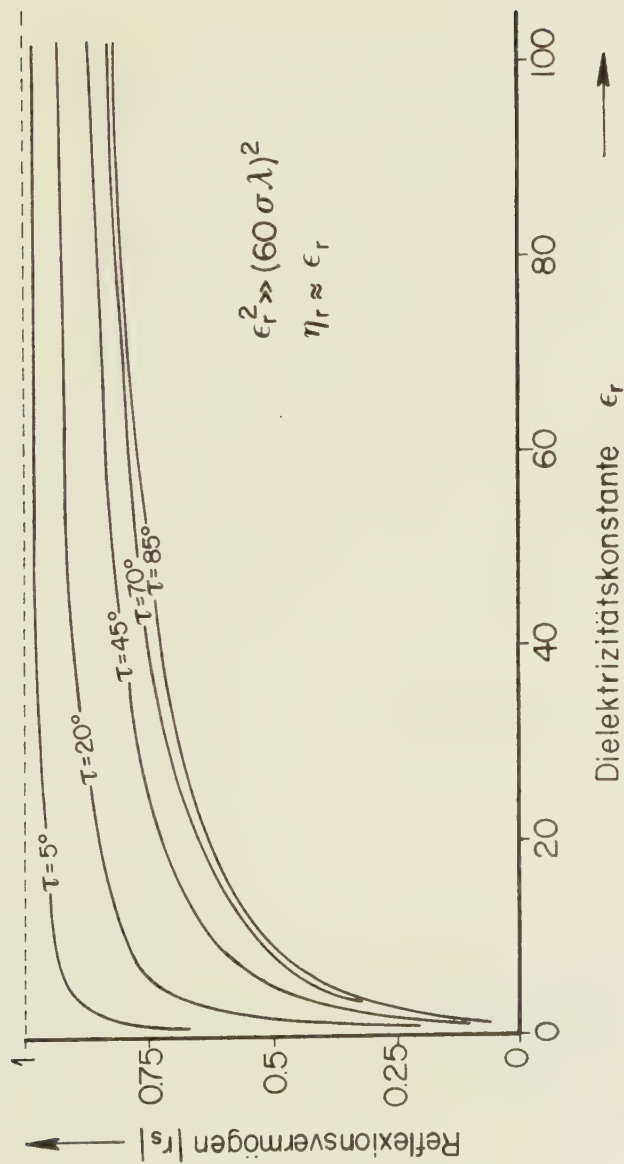
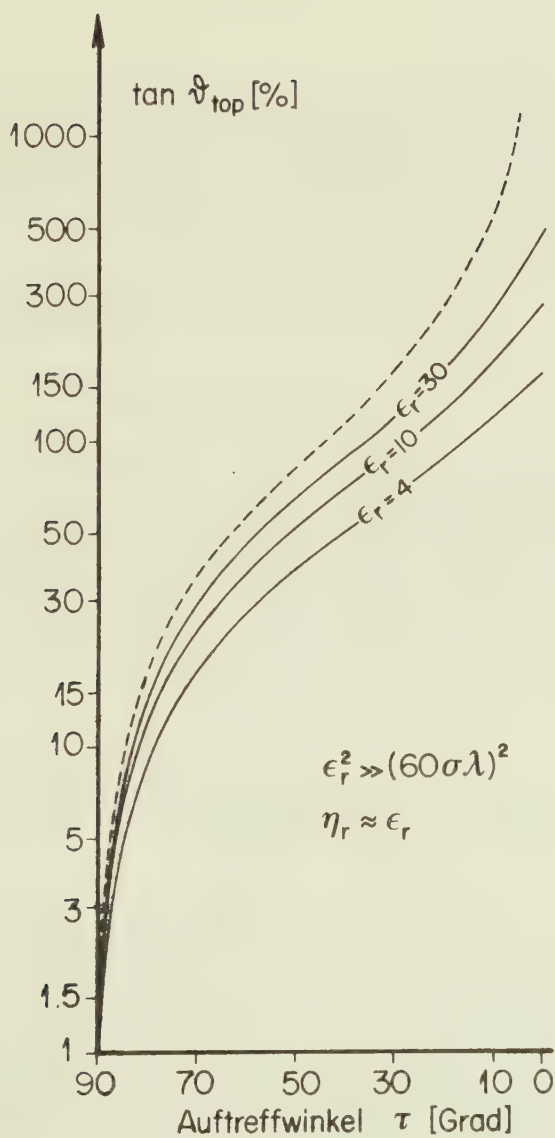


Abb. 27b Der Tangens des Kippwinkels ϑ_{top} als Funktion des Auftreffwinkels τ und der reellen relativen Dielektrizitätskonstanten ϵ_r . Die gestrichelte Kurve ist $\tan \vartheta_{\text{top}}$ für $\sigma = 1 \text{ m}^{-1}$; $r = \frac{1}{\epsilon_r} = 1$.



zeigt den Verlauf der Funktion $\tan \vartheta_{\text{top}} (r = 1/r = 1)$. Abb. 26 b ermöglicht dadurch den unmittelbaren Vergleich mit $\tan \vartheta_{\text{top}}$ -Werten, die sich bei Existenz schlecht leitfähigen Untergrundes ergäben. Es sind z.B. für den Auftreffwinkel $\tau = 70^\circ$

- bei idealer Reflexion ($r = 1$)

$$\tan \vartheta_{\text{top}} = 36 \% ; \quad \vartheta_{\text{top}} = 20^\circ ;$$

- bei einer Leitfähigkeit des Untergrundes von 10^{-4} S m^{-1}

$$\tan \vartheta_{\text{top}} = 34 \% ; \quad \vartheta_{\text{top}} = 19^\circ ;$$

- und bei einer Leitfähigkeit von $5 \cdot 10^{-6} \text{ S m}^{-1}$

$$\tan \vartheta_{\text{top}} = 30 \% ; \quad \vartheta_{\text{top}} = 16.5^\circ .$$

Der Kippwinkel gibt den Winkel der Hangneigung ($90^\circ - \tau$) um so genauer wieder, je höher die Leitfähigkeit des unter der schrägen Grenzfläche befindlichen Leiter-Halbraumes ist. Er nimmt bei den in Mittel-Europa vorherrschenden Boden- und Gesteinsleitfähigkeiten ($10^{-1} > \sigma > 10^{-3} \text{ S m}^{-1}$) einen Maximalwert an, der der Hangneigung an der Reflexions- und Eindringstelle der Welle entspricht.

$$\vartheta_{\text{top}}^{\text{max}} = 90^\circ - \tau .$$

Nun werde der Fall diskutiert, daß die D.K. reell ist ($\eta_r = \epsilon_r$) und die Ungleichung

$$10^{12} \sigma^2 \ll \epsilon_r^2$$

erfüllt wird. Der elektrisch homogene Halbraum unter der geneigten Grenzfläche verhält sich wie ein idealer Isolator und kann als vollständiges Dielektrikum angesprochen werden.

Mittels Gleichung (67) ist der Betrag des Reflexionsvermögens $|r_s| = r$ für verschiedene ϵ_r bei bestimmten festen Auftreffwinkeln berechnet worden und in der Abbildung 27a

gegen ϵ_r aufgetragen. Man sieht, daß bei kleinen Auftreffwinkeln ($\tau < 20^\circ$) r mit zunehmenden ϵ_r -Werten sehr schnell gegen den Wert 1 strebt, während bei steiler Inzidenz ($90^\circ > \tau > 45^\circ$) selbst bei sehr großen ϵ_r (≈ 100) $r < 0.9$ bleibt. Deshalb ist, unter der Voraussetzung, daß die Ungleichung $10^{12} \sigma^2 \ll \epsilon_r^2$ zutrifft, eine nennenswerte Abhängigkeit der Gleichungen (73), (74) und (76) von der relativen D.K. ϵ_r zu erwarten. In Abb. 27b ist die Funktion

$$\tan \vartheta_{\text{top}} = - \frac{\sin 2\tau}{\cos 2\tau - \frac{1}{r}}$$

gegen den Auftreffwinkel τ aufgetragen. Der Tangens des Kippwinkels wurde für Werte r des Reflexionskoeffizienten berechnet, die unter Annahme einer rein reellen D.K. anhand der Abb. 27a ermittelt worden waren. Die gestrichelte Kurve gibt die für den sehr gut leitenden Untergrund geltende Funktion $\tan \vartheta_{\text{top}} (r = 1/r = 1)$ an. Hat die elektromagnetische Welle z.B. einen Auftreffwinkel $\tau = 70^\circ$, so sind

- bei idealer Reflexion ($r = 1$)

$$\tan \vartheta_{\text{top}} = 36 \% ; \quad \vartheta_{\text{top}} = 20^\circ ;$$

- bei einem Verhalten des Untergrundes, das weitgehend dem eines verlustlosen Dielektrikums entspricht,

$$\begin{array}{l} \text{für } \epsilon_r = 30 \\ \tan \vartheta_{\text{top}} = 30 \% ; \quad \vartheta_{\text{top}} = 16.5^\circ ; \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{für } \epsilon_r = 4 \\ \tan \vartheta_{\text{top}} = 18 \% ; \quad \vartheta_{\text{top}} = 10^\circ . \end{array}$$

Allerdings ist an den diskutierten Fall, daß $10^{12} \sigma^2 \ll \epsilon_r^2$ gilt, bei Untersuchungen mit der Methode der Induktion mittels künstlicher EM-Längstwellen nur dann zu denken, wenn in denjenigen Zonen der Permafrost-Gebiete gearbeitet wird, wo die Temperatur t des Eises tief ist ($t < -20^\circ\text{C}$) und neben hohem Ohmschen Widerstand eine niedrige reelle relative D.K. ϵ_r besteht (HUMMEL, 1943).

3.3.3 Beliebige Orientierung von Geländestruktur und magnetischem Normal-Wechselfeld - Überprüfung der durch unebenes Gelände bedingten, theoretisch ermittelten Kippwinkel- und Halbachsen-Verhältnis-Werte durch Meßbeispiele

In der Praxis werden die zwei diskutierten Fälle, daß das magnetische Normal-Wechselfeld entweder

- senkrecht zum Verlauf der Isohypsen oder
- parallel den Isohypsen

schwingt, relativ selten auftreten. Das magnetische Normal-Wechselfeld wird im allgemeinen mit der Richtung der Isohypsen einen Winkel ξ_1 bilden, der durch

$$0^\circ < \xi_1 < 90^\circ$$

festgelegt ist. Bei beliebiger Orientierung des Feldes muß der wahre Auftreffwinkel τ' der Längstwelle aus der Gelände-Neigung in Richtung des magnetischen Normal-Wechselfeldes ermittelt werden.

Hierzu werden die Höhendifferenz $\Delta h = h_1 - h_2$ zweier aufeinanderfolgender Meßpunkte und die senkrecht zu den Isohypsen h_1 und h_2 gelegte Gerade mit der Strecke Δs zwischen diesen beiden Höhenlinien benötigt. Dann ist der wahre Auftreffwinkel τ' durch

$$\tan \tau' = \frac{\Delta s}{\sin \xi_1 \cdot \Delta h}$$

gegeben. Da die topographische Höhe der Meßpunkte zweckmäßig längs der Profillinie im Meßpunkt-Abstand Δm aus einer Karte entnommen wird, muß zusätzlich die Richtung der Profillinie inbezug auf das Streichen der Isohypsen berücksichtigt werden. Wenn die Profillinie und der Verlauf der Isohypsen den Winkel ξ_2 einschließen, findet man für die Strecke Δs von h_1 nach h_2

$$\Delta s = \Delta m \sin \xi_2.$$

Dann lautet

$$\tan \tau' = \frac{\Delta m}{\Delta h} \frac{\sin \xi_2}{\sin \xi_1}.$$

Der Quotient $\frac{\Delta m}{\Delta h}$ ist aber der Tangens des in der Profil-Richtung ermittelten Auftreffwinkels

$$\tan \tau = \frac{\Delta m}{\Delta h}.$$

Der in Normalfeld-Richtung bestehende wahre Auftreffwinkel der Längswelle ist demnach

$$(82) \quad \tau' = \arctan \left(\tan \tau \cdot \frac{\sin \xi_2}{\sin \xi_1} \right); \quad (\xi_2 \neq 0).$$

Der Winkel τ' ist von den auf die Richtung des Normal-Wechselfeldes bezogenen Orientierungen der morphologischen Struktur und des Meßprofils abhängig. Setzt man ihn in die Gleichungen (75a) und (80) anstelle des in Richtung des Meßprofils bestimmten Auftreffwinkels τ ein, so kann der Geländere relief-Einfluß auf Messungen nach der Methode der Induktion durch künstliche elektromagnetische Längswellen unter Berücksichtigung sowohl der Position des Senders zur morphologischen Struktur als auch der Orientierung des Profils zum Streichen der Höhenlinien berechnet werden.

Auch ohne Vorlage einer topographischen Karte oder Aus-führung einer eigenen topographischen Vermessung des Pro-jektgebietes lassen sich der Auftreffwinkel τ der Längst-welle entlang der Profillinie und die Winkel ξ_1, ξ_2 zwi-schen den Höhenlinien und der Richtung des magnetischen Normal-Wechselfeldes bzw. der Profil-Richtung ermitteln. Damit wird die Reduktion des Geländeform-Einflusses selbst aus Messungen in kartographisch unbearbeiteten Gebieten möglich.

Hierzu ist lediglich die Neigung des Geländes mit Hilfe des am Meßgerät-Gehäuse angebrachten Inklinometers an jedem Meßpunkt in Richtung der Profillinie y und zusätzlich senkrecht zum Profil (in x -Richtung), z.B. jeweils im Meßpunkt-Abstand Δm , zu bestimmen. Der Standort P_1 des Meßgerätes habe die kartesischen Koordinaten ($x_1 = 0$, $y_1 = 0$, $z_1 = 0$); der auf dem Profil im Abstand Δm eingemessene vorangegangene oder folgende Punkt sei P_2 ($x_2 = 0$, $y_2 = \Delta m$, z_2), und der von P_1 senkrecht zum Profil im Abstand Δm befindliche Punkt werde P_3 ($x_3 = \Delta m$, $y_3 = 0$, z_3) bezeichnet. Die Hangebene ist dann durch diese drei Punkte eindeutig bestimmt. Aus dem Normalenvektor der Ebene lassen sich sein Richtungskosinus gegen die Profillinie sowie die Neigung des Hanges ableiten. Dadurch sind die Richtung der Höhenlinien relativ zum Profil und die Neigung senkrecht zu den Höhenlinien indirekt gegeben.

Die Formeln (75) und (76) für die durch unebenes Gelände hervorgerufenen Meßwerte $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} , den Tangens des Kippwinkels ϑ_{top} und das Halbachsen-Verhältnis der Hang-Drehfeld-Ellipse, sollen abschließend überprüft werden, ob sie dem eingangs für die Meßgrößen aufgestellten Ansatz (58) genügen. Der Ansatz (58) ergab sich aus praxisnahen Beobachtungen; die in ihm auftretenden Koeffizienten F_g , F_q sollen bestimmt werden.

Es werde wieder nach den zwei wichtigen Fällen der idealen Reflexion ($|r_g| = r = 1$) und der streifenden Inzidenz des magnetischen Normal-Wechselfeldes ($\Phi_e \longrightarrow 0$; $\tau \longrightarrow \frac{\pi}{2}$) unterschieden.

1. $r = 1$

An der Stelle $y = y_1$ der Profillinie ist die Hangneigung durch

$$\frac{df(y_1)}{dy} = \frac{1}{\tan \tau} = \cot \tau$$

gegeben. Aus Gleichung (75a) folgt für den Tangens des Kippwinkels

$$\tan \vartheta_{\text{top}} = \cot \tau = \frac{1}{\tan \tau} = \frac{df(y_1)}{dy} F_{\vartheta}$$

$$F_{\vartheta} = 1$$

und aus (75b) bzw. (80)

$$q_{\text{top}} = \frac{1}{\tan \tau} \frac{1}{\sin^2 \tau} \frac{\sin \delta_r}{2} = \frac{df(y_1)}{dy} F_q$$

$$F_q = - \frac{\sin \delta_r}{2 \sin^2 \tau} \approx \frac{\sqrt{2}}{4 \sin^2 \tau} \quad (\text{mit } \sin \delta_r \approx -\frac{\sqrt{2}}{2})$$

In Matrix-Schreibweise lautet der Übertragungskoeffizient

$$(83) \quad F(r=1) = \begin{pmatrix} F_{\vartheta} \\ F_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{4 \sin^2 \tau} \end{pmatrix}$$

$$2. \quad \underline{\phi_e \longrightarrow 0; \tau \longrightarrow \pi/2}$$

In diesem Fall strebt die Hangneigung

$$\frac{df(y_1)}{dy} = \frac{1}{\tan \tau} = \frac{\cos \tau}{\sin \tau}$$

gegen den Grenzwert $\cos \tau$.

Mit der Gleichung (76a) kann man den Tangens des Kippwinkels

$$\tan \vartheta_{\text{top}} = \cos \tau \frac{2r}{1+r}$$

und den entsprechenden Koeffizienten

$$F_{\vartheta} = \frac{2r}{1+r}$$

formulieren. Die Gleichung (76b) liefert das Halbachsen-Verhältnis

$$q_{\text{top}} = -\cos \tau \frac{2 \sin \delta_r}{(1+r)^2} \approx \cos \tau \frac{\sqrt{2}}{(1+r)^2}$$

mit $\sin \delta_r = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ und den zugehörigen Koeffizienten

$$F_q \approx \frac{\sqrt{2}}{(1+r)^2} .$$

Der Übertragungskoeffizient im Fall streifender Inzidenz des magnetischen Normal-Wechselfeldes schreibt sich also

$$(84) \quad F(\Phi_e \longrightarrow 0) = \left(\frac{\frac{2r}{1+r}}{\frac{\sqrt{2}}{(1+r)^2}} \right)$$

Da im Reflexionsvermögen $|r_s| = r = r(\epsilon_r, \lambda, \sigma, \tau)$ die Bodenkonstanten ϵ_r und σ sowie die Wellenlänge λ und der Auftreffwinkel τ zusammengefaßt sind, der Auftreffwinkel vom Meßpunkt y_1 und nach der Beziehung (82) von den Winkeln ξ_1, ξ_2 zwischen der Streichrichtung der Isohypsen und dem magnetischen Normal-Wechselfeld bzw. der Profillinie abhängig ist

$$\tau = \tau(y_1, \xi_1, \xi_2) ,$$

erfüllen die Übertragungskoeffizienten (83) und (84) die an sie durch den Ansatz (58) gestellten Forderungen. Umgekehrt läßt sich folgern, daß der Ansatz für die geländeform-bedingten Meßgrößen, $\tan \psi_{\text{top}}$ und q_{top} , in der Form (84) zutreffend ist und der Übertragungskoeffizient F zwischen Meßwert und Hangneigung bzw. dem Auftreffwinkel der Längstwelle tatsächlich eine Funktion des Ortes, der Wellenlänge, der relativen D.K., der Leitfähigkeit und der Winkel ξ_1, ξ_2 ist, die die Höhenlinien und das magnetische Normal-Wechselfeld bzw. die Profillinie einschließen.

$$F = F(y_1, \lambda, \epsilon_r, \sigma, \xi_1, \xi_2)$$

Für das in Abschn. 3.1 vorgestellte Teilmeßgebiet "Grotenberg" des Goslar-Wolfshagener Devon-Troges, aus dem Meßbeispiele für die Beeinflussung der Meßgrößen ϑ und q durch das Geländere Relief gezeigt worden waren (Abb. 18), wurde mittels des aus der Karte 1:25 000 (Blatt 4128, Clausthal-Zellerfeld) längs der Profile 27-29 entnommenen Höhenlinien-Querschnitts der Auftreffwinkel τ des Längstwellenfeldes bestimmt und nach den Formeln (75a), (80) und (82) unter Anwendung des Diagrammes der Abb. 25 die allein durch die Geländeform verursachten Meßgrößen $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} , der Tangens des Kippwinkels und das Halbachsen-Verhältnis der Hang-Drehfeld-Ellipse, berechnet und in Abb. 28 lagegetreu aufgetragen. Da das Streichen des Bergrückens in etwa zum Sender FUO (Bordeaux, Frankreich; vgl. Tab. 1) zeigt, gilt in diesem Gebiet für den Winkel ξ_1 zwischen Isohypsen- und Normalfeld-Richtung

$$60^\circ < \xi_1 < 80^\circ$$

und für den Winkel ξ_2 zwischen Isohypsen- und Profil-Richtung

$$70^\circ < \xi_2 < 90^\circ.$$

Anschließend wurde auf allen drei Profilen die Differenz zwischen den gemessenen und den gerechneten Werten, also

$$\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$$

und

$$\Delta q = q - q_{\text{top}},$$

gebildet und ebenfalls lagegetreu aufgetragen, um die theoretisch ermittelten Daten an den Geländemessungen überprü-

Abb. 28a Theoretisch ermittelte, ausschließlich durch die Geländeform bedingte Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})- Werte sowie Differenzen-Werte $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ der Meß- und Rechendaten längs der Profile 27 und 28 am Grotenberg.

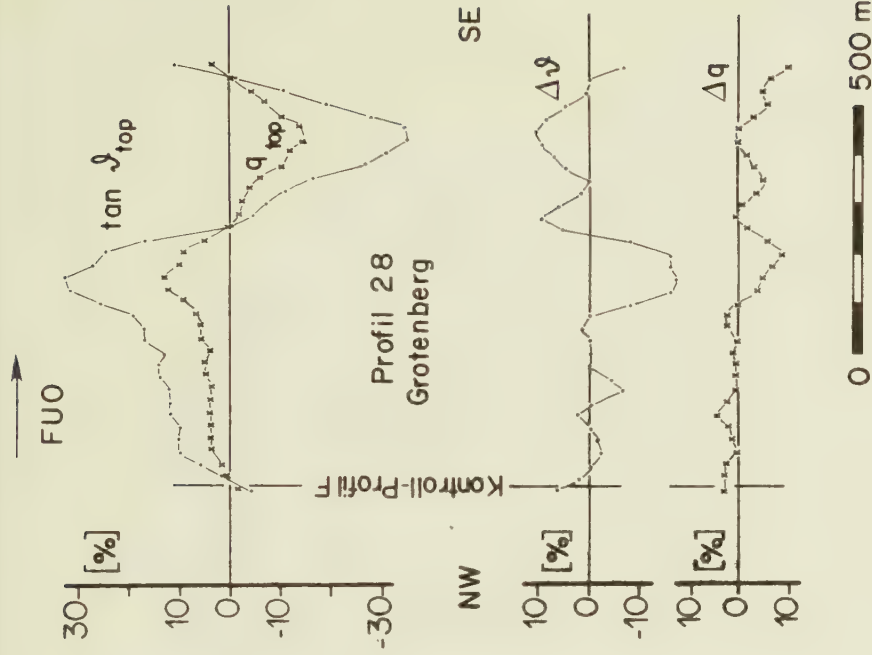
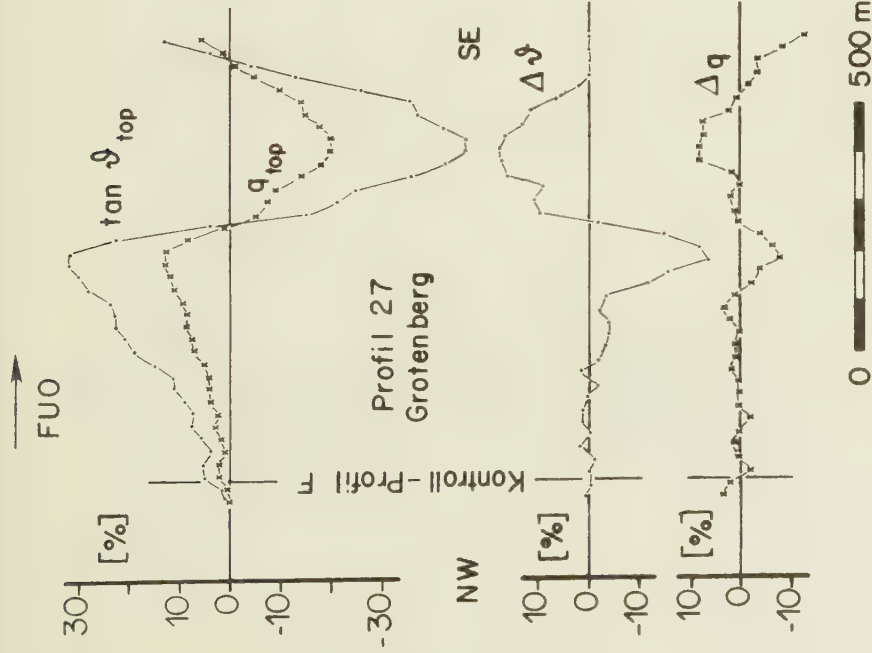


Abb. 28b Theoretisch ermittelte, ausschließlich durch die Geländeform bedingte Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})- Werte sowie Differenzen-Werte $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ der Meß- und Rechendaten längs des Profils 29 am Grotenberg.

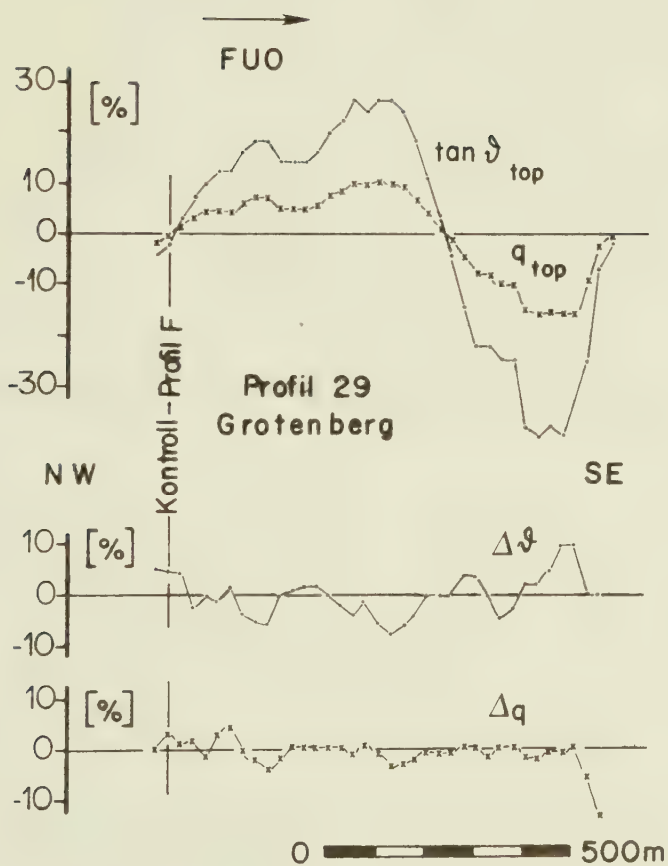
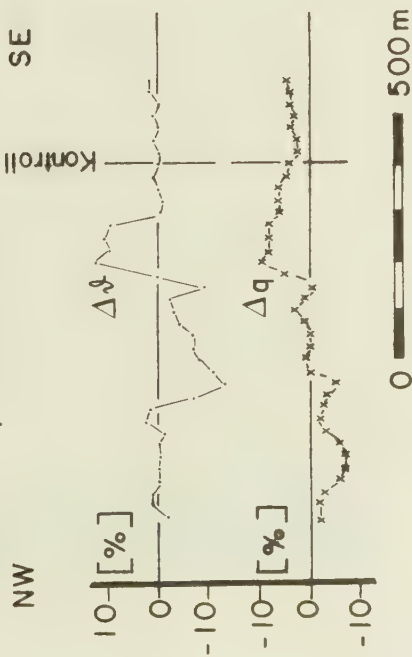
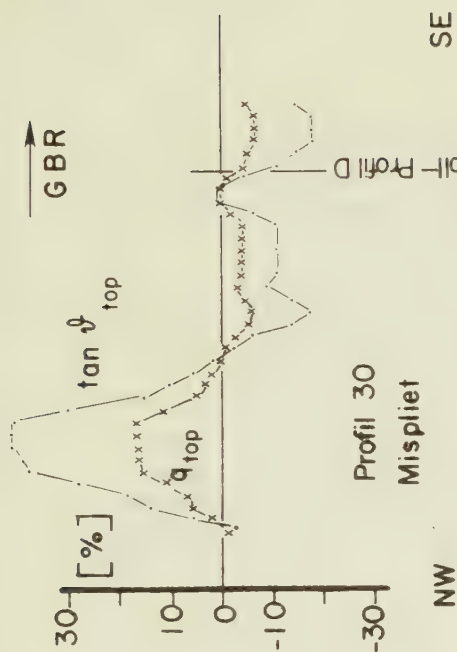


Abb. 29 Theoretisch ermittelte, ausschließlich durch die Geländeform bedingte Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})- Werte sowie Differenzen-Werte
 $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ der Meß- und Rechendaten längs der Profile 28 und 30 am Mispriet-Berg.



fen zu können. Die Werte aus Berechnung und Messung stimmen auf allen drei Profilen an der langen, konstant ansteigenden NW-Flanke des Grotenberges sowie insgesamt auf dem Profil 29 mit maximalen Abweichungen bis zu $\pm 3\%$ im Real ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und $\pm 1\%$ im Imaginär (q_{top})-Teil zufriedenstellend überein. Ca. 100 m nordwestlich der Bergkuppe und an der um durchschnittlich 10° steileren SE-Flanke des Grotenberges sind die gerechneten Werte im Real-Teil bis um 25 % und im Imaginär-Teil bis um 9 % größer als die gemessenen.

Als mögliche Ursachen der Abweichung zwischen den gerechneten und den gemessenen Daten sind anzuführen:

- Das Meßgebiet erfüllt nicht die Voraussetzungen des Modells "Zweidimensionale, unendlich lange Hangebene konstanter Neigung bei elektrisch homogenem Untergrund", unter denen die Größen $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} entwickelt wurden;
- die mathematische Formulierung der Größen $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} der Polarisationsellipse am Hang genügt nicht den tatsächlichen Ausbreitungs- und Interferenzvorgängen des Längstwellenfeldes in unebenem Gelände;
- die Annahme über die elektrischen Eigenschaften, Leitfähigkeit und relative D.K., des Untergrundes im Untersuchungsgebiet sind unzutreffend, und der Reflexionskoeffizient für senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes elektrisches Feld $|r_s| = r$ ist folglich kleiner als 1;
- fehlerhafte kartographische Unterlage bzw. fehlerhafte Entnahme der Höhenangaben aus der Karte längs der Profile;
- der Operator ist von der vorgeschriebenen Profillinie abgewichen.

Um das Untersuchungsmaterial zu erweitern, sei ein weiteres Beispiel aus dem Teilmeßgebiet "Mispliet" angeführt. Da der Einfluß des Geländereleiefs auf die Kippwinkel- und Halbachsen-Verhältnis-Ablesungen hier exemplarisch zum Ausdruck

kommt, waren die Meßdaten und die Höhenlinien-Querschnitte der Profile 27-31 bereits in Abb. 19 gezeigt worden. Auf den Profilen 28 und 30 wurden die ausschließlich relief-bedingten Werte $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} berechnet und in Abb. 29 zusammen mit den Differenzen $\Delta \vartheta$ und Δq der gemessenen und gerechneten Werte lagegetreu aufgetragen. Da der Sender GBR (Rugby, U.K.; vgl. Tab. 1) im Westen des Untersuchungsgebietes liegt, ergeben sich die Ungleichungen

$$45^\circ < \xi_1 < 75^\circ$$

für den Winkel ξ_1 zwischen Isohypsen- und Normalfeld-Richtung und

$$55^\circ < \xi_2 < 80^\circ$$

für den Winkel ξ_2 zwischen Isohypsen- und Profil-Richtung.

Abweichungen von mehr als $\pm 3\%$ in den Kippwinkel- und Halbachsen-Verhältnis-Werten treten nur im Bereich der Steilhänge der Mispliet auf, insbesondere an der NNW-Flanke. Wo das Gelände ein weniger ausgeprägtes Relief hat, ist eine sehr gute Übereinstimmung vor allem zwischen den gerechneten und gemessenen Kippwinkel-Daten festzustellen.

Dieses zweite Anwendungsbeispiel bestätigt die Beobachtung aus dem Gebiet "Grotenberg", daß die rechnerisch ermittelten Werte der Hang-Drehfeld-Ellipse mit den Meßdaten im wesentlichen nur an Hangabschnitten, die einen Neigungswinkel von mehr als 9° bzw. 16% haben, schlecht übereinstimmen. Dort können der Tangens des Kippwinkels $\tan \vartheta_{\text{top}}$ bis um 25% und das Halbachsen-Verhältnis q_{top} bis um 10% größer sein als die entsprechenden Meßdaten.

Die systematische Erhöhung der theoretischen Werte gegenüber den Meßdaten an Steilhängen muß darauf zurückgeführt werden, daß in diesen Geländeabschnitten eine der Voraussetzungen des Modells, die ins Unendliche gleichbleibende

Neigung der Hangebene, nicht eingehalten wird. Denn

- mit einer fehlerhaften Darstellung der Höhenlinien in den topographischen Karten 1:25 000 ist bei der anerkannten Arbeit der Landesvermessungsämter nicht zu rechnen; viel leichter dürfte der Operator von der vorgesehenen Profilinie abkommen;
- die elektrische Leitfähigkeit der Gesteine des Goslar-Wolfshagener Devon-Troges ist nach Messungen der Induzierten Polarisation von VOGEL-SANG (1974) durchschnittlich nicht kleiner als $1.5 \cdot 10^{-3} \text{ S m}^{-1}$, so daß der Betrag des Reflexionskoeffizienten entsprechend Abschn. 3.3.2 gleich 1 gesetzt werden kann, wie es in den Gleichungen (75) und (80) für die Ellipsen-Größen $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} erfolgte;
- in den beiden Gebieten "Grotenberg" und "Mispliet" stehen in großer Mächtigkeit ($> 100 \text{ m}$) mitteldevonische Tonschiefer an, in die nur stellenweise Diabas-Linsen eingelagert sind (HINZE, 1970), wonach von der Existenz des elektrisch homogenen Halbraumes am Grotenberg und am Mispliet-Berg ausgegangen werden darf;
- die nach dem entwickelten Formalismus bestimmten Werte $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} des elliptisch polarisierten Hang-Drehfeldes stimmen bei elektrisch homogenem Untergrund in sanft gewelltem Gelände, wo Neigungswinkel von mehr als 9° nicht auftreten, mit den Geländemessungen überein.

Da im Bereich von Berggipfeln der leitfähige Halbraum nicht vorliegt, ist auch hier eine der Voraussetzungen des angenommenen Modells nicht erfüllt. Zusätzlich zu dem aus Normal- und reflektiertem Wechselfeld bestehenden Überlagerungsfeld interferiert ein Feldanteil, der durch den Gipfel dringt und wieder in die Atmosphäre

austritt. Dieser Feldanteil ist von der "Mächtigkeit" des Gipfels und der Leitfähigkeit des Gesteins abhängig, aus der er sich aufbaut. Je besser die Gesteinsleitfähigkeit ist, desto schwächer wird wegen der verringerten Eindringtiefe des Längstwellenfeldes der Einfluß einer Bergkuppe auf die Messungen sein. Bei den Messungen im NW-Harz konnte ein solcher "Kuppen-Effekt" nicht beobachtet werden.

Eine andere Feststellung aus der Praxis, die Gleichnamigkeit von Real- und Imaginär-Teil der durch die Geländeform verursachten Anomalie des Längstwellenfeldes, wird für den Tangens des Kippwinkels und das Halbachsen-Verhältnis durch die Beziehungen (75a) und (80) bestätigt. So folgt aus den Meßbeispielen der Abb. 18 und 19 und den Rechenbeispielen der Abb. 28 und 29 stets gleiches Vorzeichen der Kippwinkel- und Halbachsen-Verhältnis-Werte. Aus dieser Gegenüberstellung der gerechneten und der im Gelände gemessenen Kippwinkel- und Halbachsen-Verhältnis-Werte darf gefolgert werden, daß eine zutreffende mathematische Formulierung für die Meßgrößen des elliptisch polarisierten Drehfeldes an Berghängen über elektrisch homogenem Untergrund gefunden wurde.

Liegt innerhalb der Eindringtiefe der Längstwelle der homogene elektrisch leitende Halbraum nicht vor, so muß eine Differenz zwischen den Meßwerten $\tan \vartheta$ und q und den gerechneten, ausschließlich durch die Geländeform verursachten Werten $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} existieren. Dem untersuchten Interferenzfeld, das aus dem Normal-Wechselfeld und dem an der Halbraum-Grenzfläche reflektierten Feldanteil besteht, überlagern sich weitere durch die lateralen Inhomogenitäten der Leitfähigkeit hervorgerufene mehrfach reflektierte und induzierte Wellenzüge. Unterschiedliche Rechen- und Meßdaten sind folglich - mit Ausnahme an kurzen steilen Hangabschnitten - als ein Hinweis auf elektrisch inhomogenen

Untergrund zu werten. Auf den Profilen 28 und 29 am Grotenberg (Abb. 28) ist z.B. 160 m ostwärts des Kontroll-Profils F eine Anomalie in den Differenzen-Werten $\Delta \vartheta$ des Kippwinkels und Δq des Halbachsen-Verhältnisses erkennbar. Wie aus einem Vergleich mit den unbearbeiteten Meßdaten (Abb. 18) hervorgeht, erleichtert die Methode der Differenzen-Bildung das Erkennen und Lokalisieren von Anomalien des Längstwellenfeldes, die durch laterale Leitfähigkeitseinhomogenitäten des Untergrundes hervorgerufen werden.

Dieses Verfahren wird im folgenden Abschnitt an verschiedenen Meßbeispielen aus Niedersachsen und Brasilien demonstriert.

4. Eigene Meß- und Interpretationsbeispiele aus der Prospektionsgeophysik mit Anwendungen der Berechnung des Geländeform-Einflusses und seiner Reduktion aus den Meßdaten

Aus der Vermessung des Goslar-Wolfshagener Devon-Troges hatte sich die Forderung nach der quantitativen Bestimmung des Geländeform-Einflusses abgeleitet; in den vorangegangenen Abschnitten wurden die physikalischen Geschehen, die zur Einflußnahme der Geländeform führen, dargestellt, daraus ein Formalismus für die quantitative Bestimmung abgeleitet und bereits in den elektrisch weitgehend homogenen Gebieten des zentralen Trog-Gebietes (Grotenberg, Mispliet) erprobt.

Jetzt sollen Anwendungsbeispiele eigener prospektionsgeophysikalischer Arbeiten aus Gebieten Niedersachsens und Brasiliens (s. Übersichtskarte der Abb. 30) vorgeführt werden, in denen die geologischen Verhältnisse und damit auch die elektrischen Eigenschaften des Untergrundes auf engem Raum variieren. Die vielfältigen Einsatz-Möglichkeiten der Meßmethode werden dokumentiert, die Reduktion des Geländeform-Einflusses aus den Meßdaten praktiziert und die dadurch erzielte Verbesserung der gesuchten geophysikalischen Information belegt. Zusätzlich werden Meßergebnisse vorgestellt, die an Versorgungs- und Kommunikationseinrichtungen der Technik gesammelt wurden.



Abb. 30 Übersichtskarte des östlichen Zentral-Brasilien



Abb. 31 Profil-Lageplan im Bereich der Blei-Zink-Grube
Rammelsberg bei Goslar am Harz.

4.1. Ortung mineralisierter Zonen

4.1.1 Blei-Zink-Erzlager am Rammelsberg bei Goslar

Am Rammelsberg wurden die ersten Messungen nach der Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen von SENGPIEL (1972) durchgeführt. Dieser Autor vermochte seine Messungen trotz der Überlagerung großräumiger, durch die Geländeform bedingter Anomalien so zu deuten, daß durch das Neue Lager ein aus den Meßdaten erkennbares anomales Magnet-Wechselfeld verursacht wird. Damit war der erste Hinweis gegeben, daß Erzlager vom submarin-exhalativ-sedimentären Typ Rammelsberg mit dieser Methode erkannt werden können, sofern ihr Hangendes innerhalb der Erkundungstiefe gelegen ist.

Die bereits mehrmals angeführte Vermessung des Goslar-Wolfshagener Devon-Troges sollte Indikationen für eine westliche Fortsetzung des Rammelsberger Lagers erbringen. Es war deshalb von erhöhtem Interesse, das anomale Magnet-Wechselfeld nochmals in engerem Meßpunkt-Abstand auf einigen Parallel-Profilen genau zu vermessen (EBERLE, 1975a) und den störenden Einfluß des Geländereiefs aus den Meßdaten zu entfernen, um das reduzierte, wahre anomale Magnet-Wechselfeld kennenzulernen.

Der Plan (Abb. 31) gibt die Lage der Profile 4 und 5 an der Nordflanke des Rammelsberges an. Im Gebiet zwischen Bruch-Chaussee und Rammelsberger Weg überqueren beide Profile die Projektion des sogenannten Neuen Lagers an die Erdoberfläche. Dieses setzt etwa 30-90 m unter der Tagesoberfläche mit zwei Lagerlappen an. Es streicht in den mitteldeutschen Wissenbacher Schieferen um 50-60° bei einer maximalen streichenden Erstreckung von über 500 m; die durchschnittliche Mächtigkeit ist etwa gleich 10 m, das Einfallen erfolgt unter 40-45° nach SE (KRAUME, 1955; HANNAK, 1971; MOHR, 1973). Im bergmännisch Hangenden des Neuen Lagers steht der Kniest an, ein ungeschiefertes, dichtes fein-

schichtiges Gestein, dessen vorherrschendes Erz Pyrit ist. Dieses Mineral liegt in winzigen runden Körnchen vor, die häufig in dünnen bandigen Lagen konzentriert sind. Über Tage ist das Kniest-Gestein am Winkler-Wetterschacht aufgeschlossen (s. Abb. 31; W.E. SCHMIDT, 1933; KRAUME, 1955). In den Abb. 32a und 33a sind die Kippwinkel-Messungen $\tan \vartheta$ und die zugehörigen Werte des Halbachsen-Verhältnisses q aufgetragen. Längs Profil 4 (Abb. 32a) wurde das Primärfeld der Frequenz 16.0 kHz (Sender GBR) benutzt, von Profil 5 (Abb. 33a) sind Messungen mit der Primärfeld-Frequenz 15.1 kHz (Sender FUO) gezeigt. Der äquidistante Meßpunkt-Abstand beträgt 12.5 m. Die auf beiden Profilen von NW nach SE beobachtbare Zunahme der $\tan \vartheta$ - und q -Ableseungen ist auf den in gleicher Richtung erfolgenden Anstieg der Hang-Neigung zurückzuführen. Außerdem sind in den Abb. 32a und 33a die nach den Gleichungen (75a) und (80) berechneten, durch das unebene Meßgelände hervorgerufenen Kippwinkel-Werte $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und die Halbachsen-Verhältnisse q_{top} der Hang-Drehfeld-Ellipse aufgetragen. Die Differenzen-Werte $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$, die die vom Gelände-Einfluß weitgehend befreiten Meßwerte repräsentieren, sind in den Abb. 32b und 33b dargestellt. Auf Profil 4 sieht man 6 m nördlich des Windeweges den Null-Durchgang einer Anomalie der Gesamt-Amplitude ($\tan \vartheta_{\text{max}} - \tan \vartheta_{\text{min}}$) von 28 %. Die Stelle des Null-Durchganges gibt - falls keine Überlagerung durch breitere oder dicht benachbarte Anomalien vorliegt - den Ort des im Untergrund vorhandenen leitfähigen Mediums an. Auf Profil 5 hat die entsprechende $\tan \vartheta$ -Anomalie sogar eine Gesamt-Amplitude von 40 %. Ihren Null-Durchgang trifft man 14 m südlich des Windeweges an.

Verbindet man die beiden Null-Durchgangspunkte durch eine Linie, so streicht diese mit 60° und entspricht der Tagesoberflächen-Projektion der im bergmännisch Hangenden des Neuen Lagers befindlichen Kniest-Partie, wie sie in der Oberen Strecke (370 m NN) des Grubengebäudes aufge-

Abb. 32a Blei-Zink-Sulfid-Lager des Rammelsberges bei Goslar am Harz. Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)- Meßdaten längs Profil 4, die durch die Neigung des Rammelsberg-Nordhanges stark beeinflußt sind. Es wurde im Längstwellenfeld des Senders GBR (vgl. Tab. 1) gemessen.

Zusätzlich sind die auf diesem Profil errechneten, ausschließlich durch die Geländeform verursachten Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})- Werte aufgetragen.

Rammelsberg - Profil 4
 Sender GBR, 18.11.74
 ← Meßrichtung →

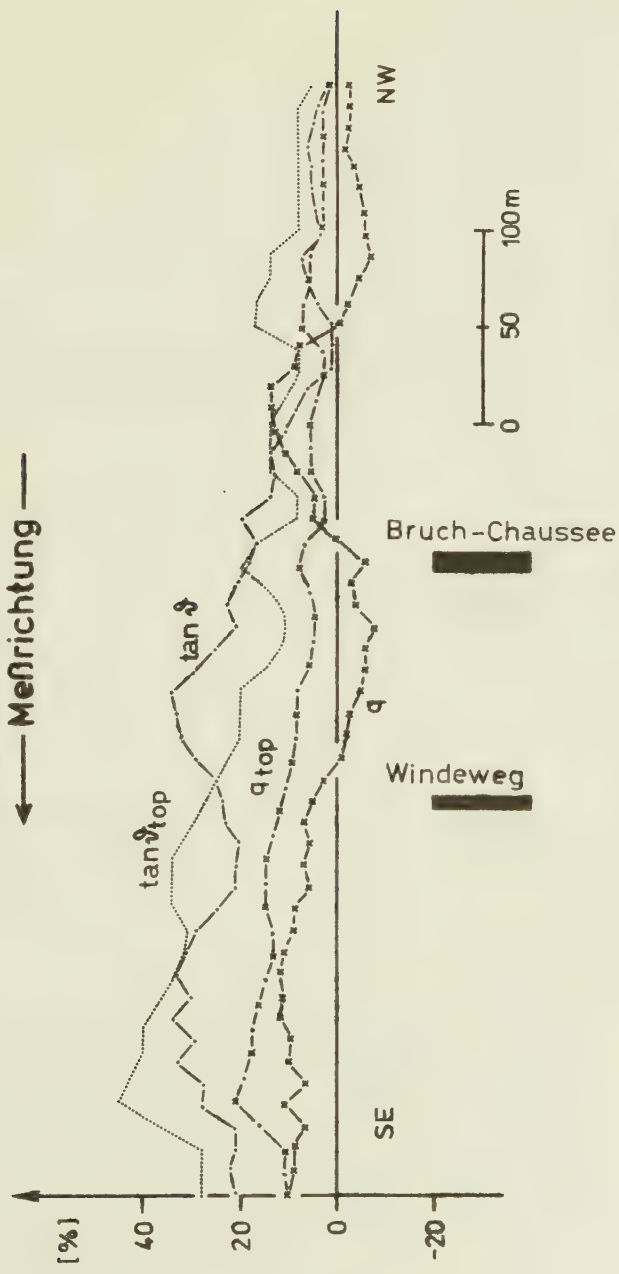


Abb. 32b Blei-Zink-Sulfid-Lager des Rammelsberges bei Goslar am Harz. Ortung der Kniest-Partie des Neuen Lagers und des Gelenbecker Stollens auf Profil 4 anhand der weitgehend vom Einfluß der Geländeform entstörten Differenzwerte $\Delta\vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$.

Rammelsberg - Profil 4

— Meßrichtung —

Gelenbecker Stollen,
35m unter Gelände-
Oberkante

„Kniest“-Partie des
Neuen Lagers, 50m un-
ter Gelände-Oberkante

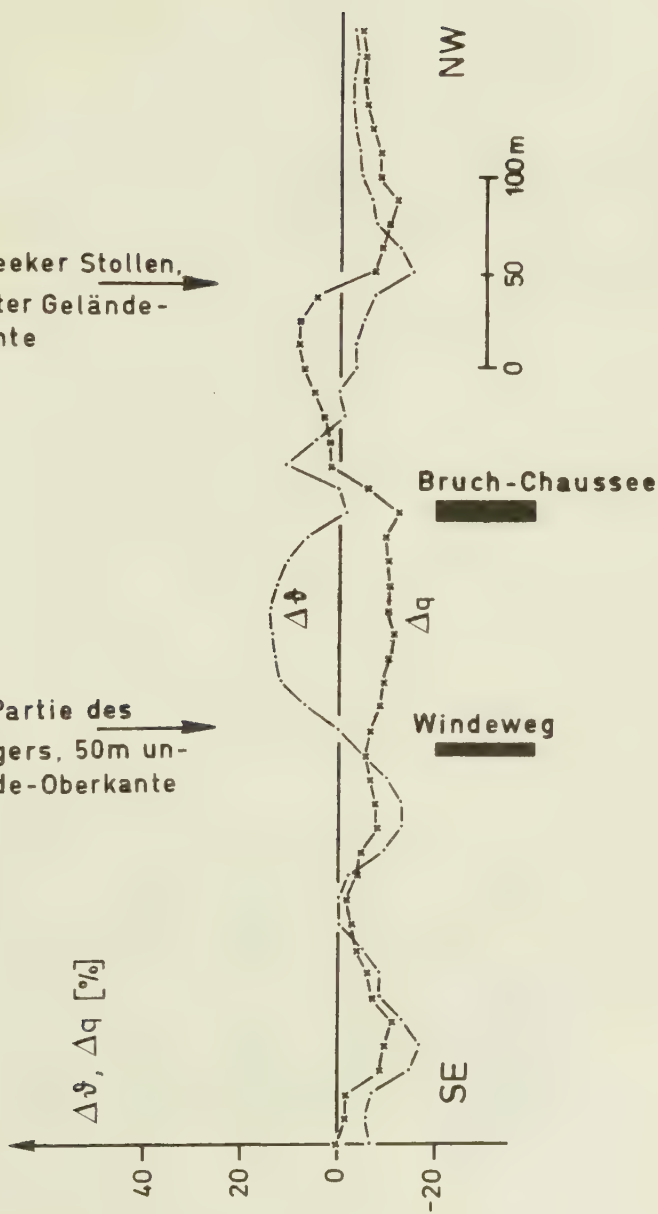


Abb. 33a Blei-Zink-Sulfid-Lager des Rammelsberges bei Goslar am Harz. Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)- Meßdaten längs Profil 5, die durch die Neigung des Rammelsberg-Nordhanges stark beeinflußt sind. Es wurde im Längstwellenfeld des Senders FÜO (vgl. Tab. 1) gemessen.

Zusätzlich sind die auf diesem Profil errechneten, ausschließlich durch die Geländeform verursachten Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})- Werte aufgetragen.

Rammelsberg - Profil 5 Sender FU0, 18.11.74

← Meßrichtung —

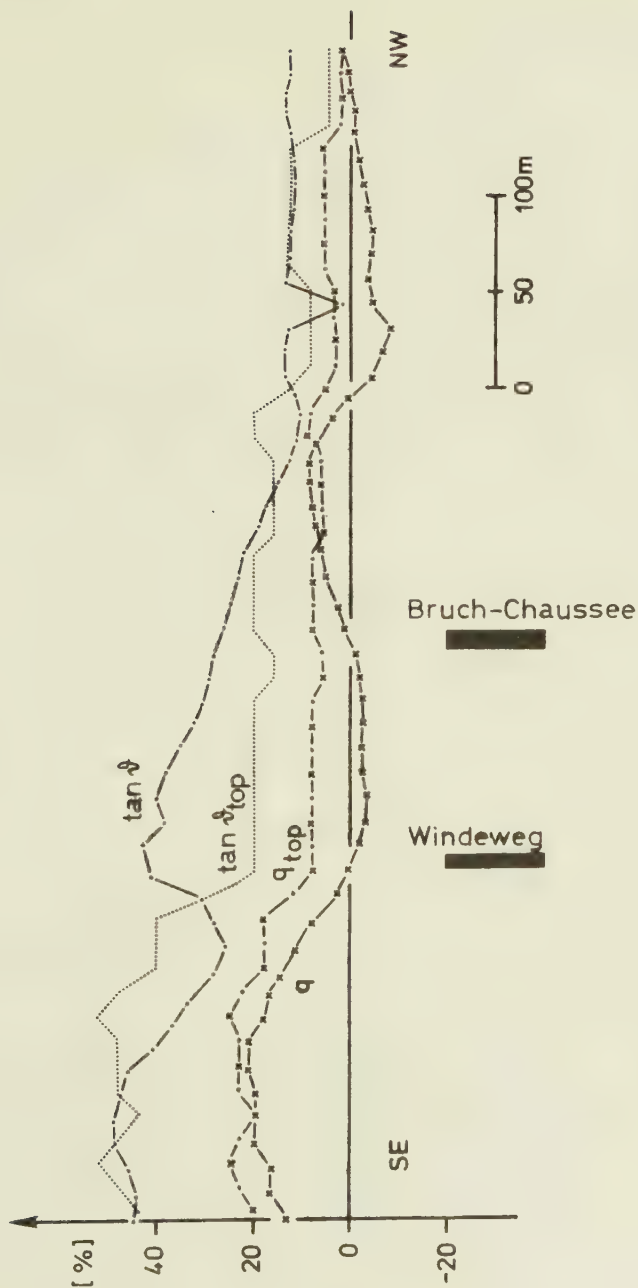


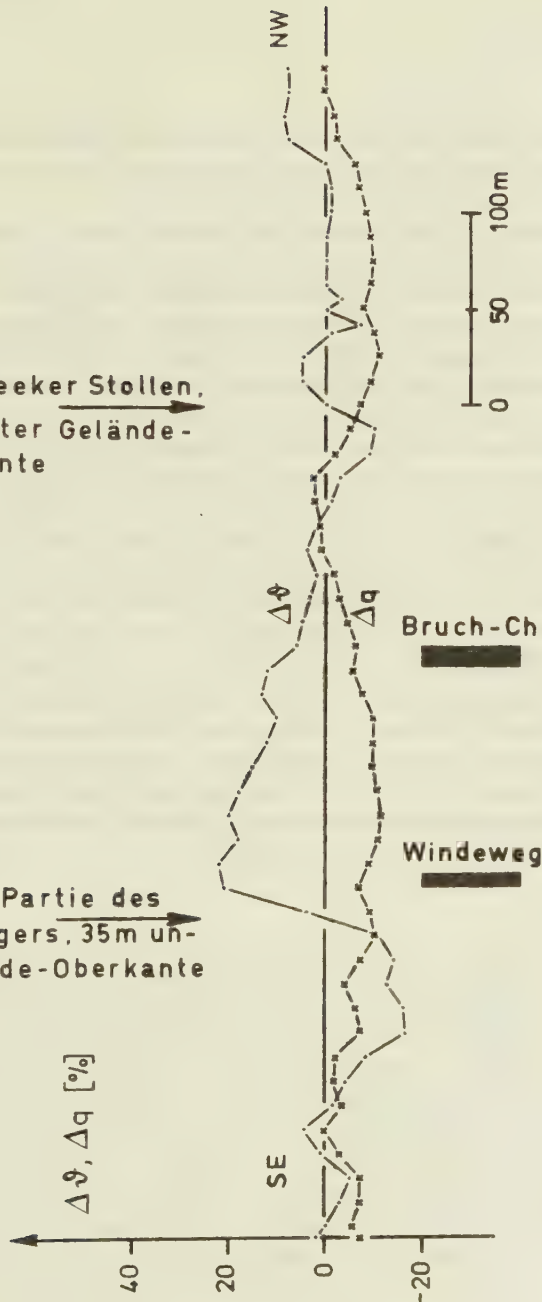
Abb. 33b Blei-Zink-Sulfid-Lager des Rammelsberges bei Goslar am Harz. Ortung der Kniest-Partie des Neuen Lagers und des Gelenbecker Stollens auf Profil 5 anhand der weitgehend vom Einfluß der Geländeform entstörten Differenzenwerte $\Delta\vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$.

Rammelsberg - Profil 5

— Meßrichtung —

Gelenbecker Stollen,
35 m unter Gelände-
Oberkante

„Kniest“-Partie des
Neuen Lagers, 35 m un-
ter Gelände-Oberkante



geschlossen ist. Da die Gelände-Oberkante am Windeweg eine Höhe von ca. 420 m NN hat, ergibt sich hier eine Erkundungstiefe von wenigstens 50 m. Das leitet sich auch aus dem Abstand Δy der Extremwert-Stellen auf Profil 4 ab. Mit $\Delta y = 100$ m erhält man unter Benutzung der Beziehung (57) für das Modell einer dünnen, gutleitenden und steil einfallenden Platte für die Tiefe z der Störkörper-Oberkante $z = \frac{\Delta y}{2} = 50$ m. Auf Profil 5 bestimmt sich das Hangende der Kniest-Partie zu $z = 35$ m. Aus den zugehörigen Δq -Kurven lassen sich allerdings Ort und Teufe des Kniest-Gesteins nicht ermitteln. Vor allem aus der am Profil 4 gemessenen Halbachsen-Verhältnis (q)-Kurve geht hervor, daß an der Bruch-Chaussee ein technischer Störkörper (Kabel, Rohr) eine starke, sich vornehmlich im Imaginär-Teil auswirkende Anomalie hervorruft, die sich der Lagerstätten-Anomalie nachteilig überlagert. Diese Beeinträchtigung kann das Gesamt-Ergebnis jedoch nicht schmälern:

Die Kniest-Lage des Rammelsberger Neuen Lagers ist durch Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen zu orten. Die Angaben über Stärke und Ausmaß der Anomalie sowie die Lokalisierung des leitfähigen Mediums werden erheblich verbessert, indem die Meßdaten vom Gelände-Einfluß entstört werden.

4.1.2 Blei-Zink-Flußspat-Vererzungen in der Serra do Cantinho, nördliches Minas Gerais, Brasilien

Seit längerem sind in diesem Höhenzug, der 35 km westlich Januária liegt (s. Abb. 30) und sich etwa 150 m steil aus der Alluvial-Landschaft des Rio São Francisco erhebt, einige kleinere Blei-Zink-Fluorit-Vorkommen bekannt. Diese Vererzungen sind an Karbonat-Gesteine der jungpräkambrischen Bambui-Gruppe gebunden, wo der kristalline Sockel eine Hochlage einnimmt. Die Serra do Cantinho ist ein Zeugenberg, der sich aus vier konkordant, söhlig lagernden, ungestörten Karbonat-Schichten aufbaut (HAGEN & ULRICH, 1974). Die geologische Situation ist in Abb. 34a skizziert. Der unterste Karbonat-Horizont wird als "Unterer Kalk" (ci) bezeichnet und ist erzfrei. Darüber folgt ein dolomitischer Kalk (cd), dessen Hangendes vererzt ist. Die Vererzung ist in kleinen, etwa 2-4 cm großen Nestern verteilt. Der obere Kalk (cs) ist häufig in seinen liegenden und mittleren Partien vererzt. Die sandig-tonig-kalkigen Gesteine (caa) sind tiefgründig verwittert und bilden landwirtschaftlich nutzbare Böden auf der Serra-Hochfläche. Die Mineralisation beschränkt sich demnach auf die dolomitischen und oberen Kalke mit einer Maximal-Mächtigkeit von 45 m.

Das Meßprofil (Abb. 34a) überwindet die Serra in WE-Richtung. Die Orte, an denen die schichtgebundene Mineralisation (m) geologisch erkundet worden war, befinden sich zwischen den Profil-Punkten 194-196 und 214-218. Wegen der ungefähren Nord-Süd-Erstreckung der Serra konnten die Messungen im Feld des nordamerikanischen Senders NNA (vgl. Tab. 1) durchgeführt werden; es wurde in einem Abstand von jeweils 10 m gemessen. Die profilmäßige Darstellung der Messungen zeigt, daß ausgeprägte Anomalien im Bereich der Serra existieren, während in den ostwärts und westlich angrenzenden Alluvial-Senken die gemessenen

Abb. 34a Blei-Zink-Flußspat-Mineralisation der Serra do Cantinho, Tijuco, Município de Januária, Minas Gerais, Brasilien.

Meßdaten der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen, Höhenprofil und geologischer Schnitt (nach HAGEN & ULRICH, 1974).

Sender NAA, 1974

— Meßrichtung →

0 200m

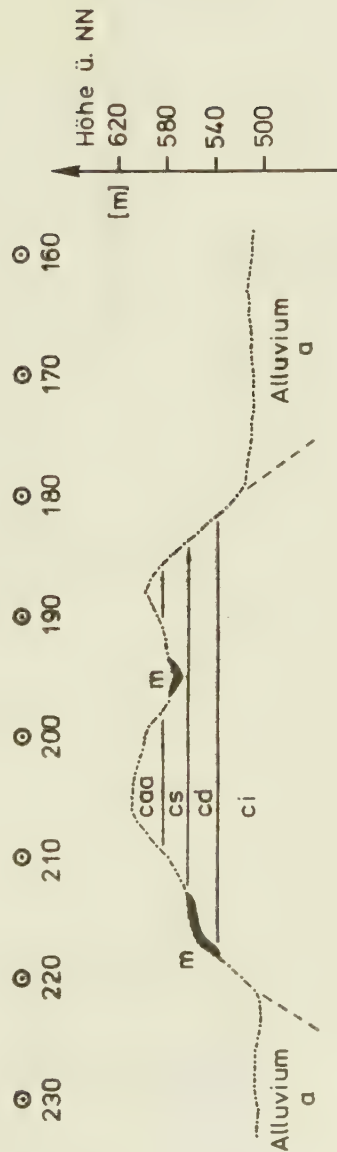
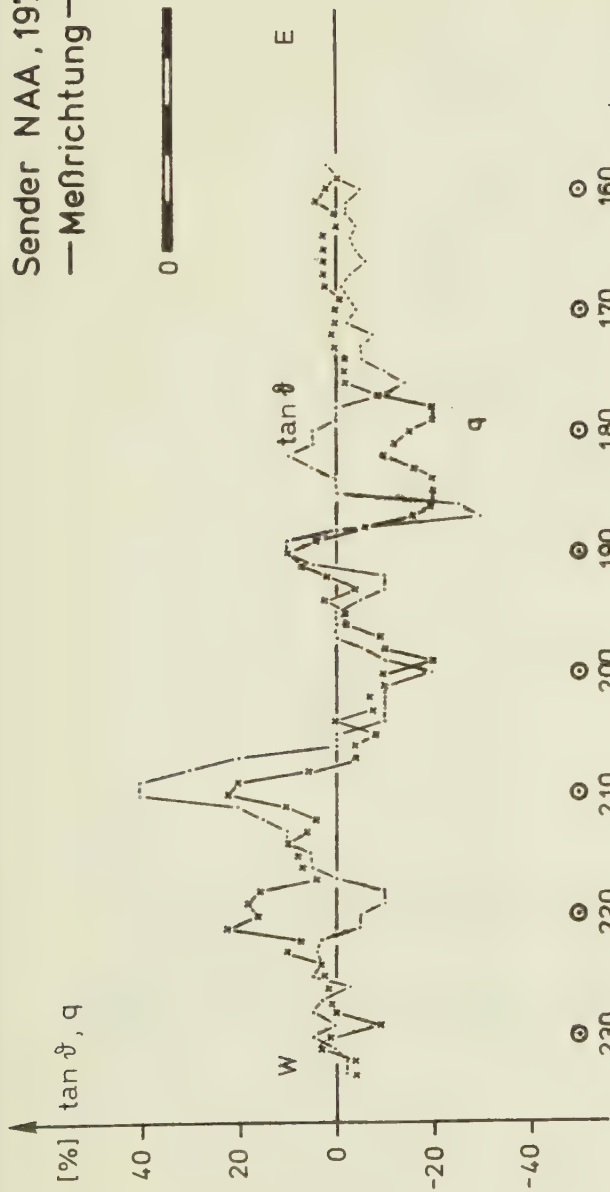


Abb. 34b Blei-Zink-Flußspat-Mineralisation der Serra do Cantinho, Tijuco, Município de Januária, Minas Gerais, Brasilien.

Errechnete, ausschließlich durch die Geländeform bedingte Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})-Werte.

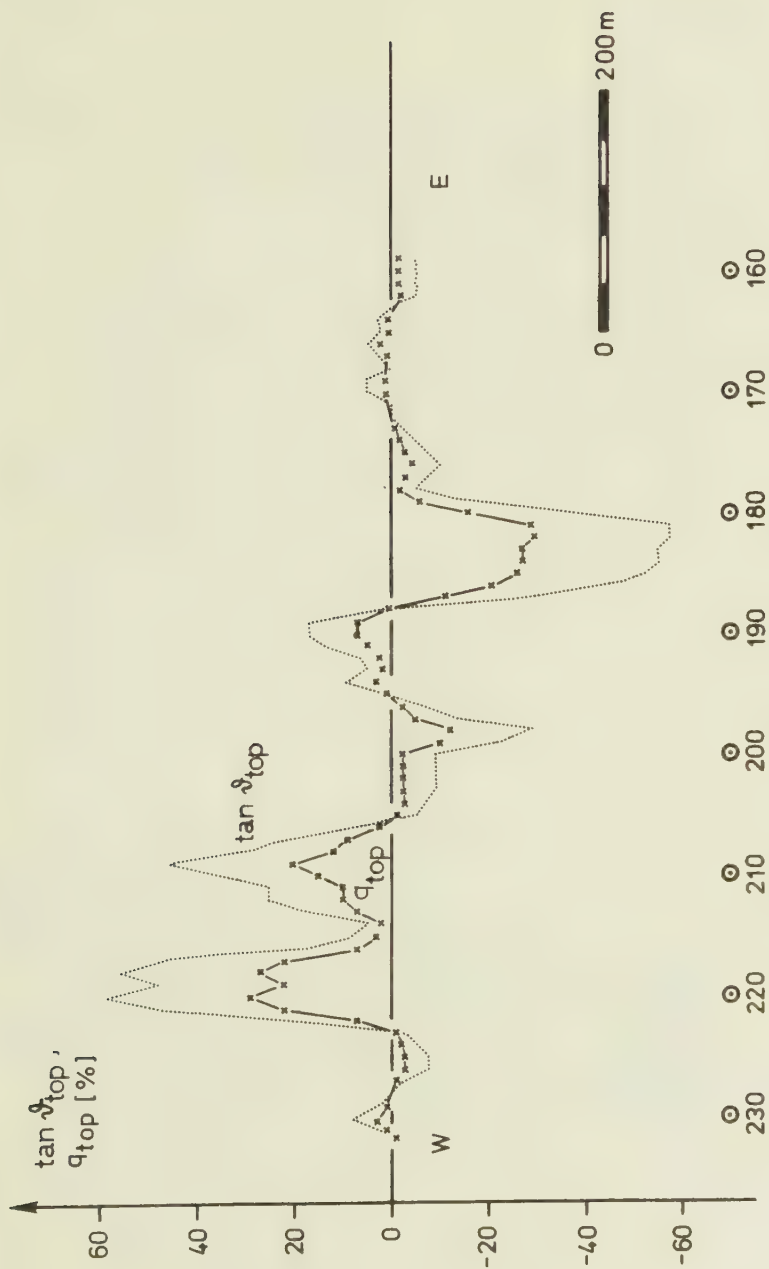
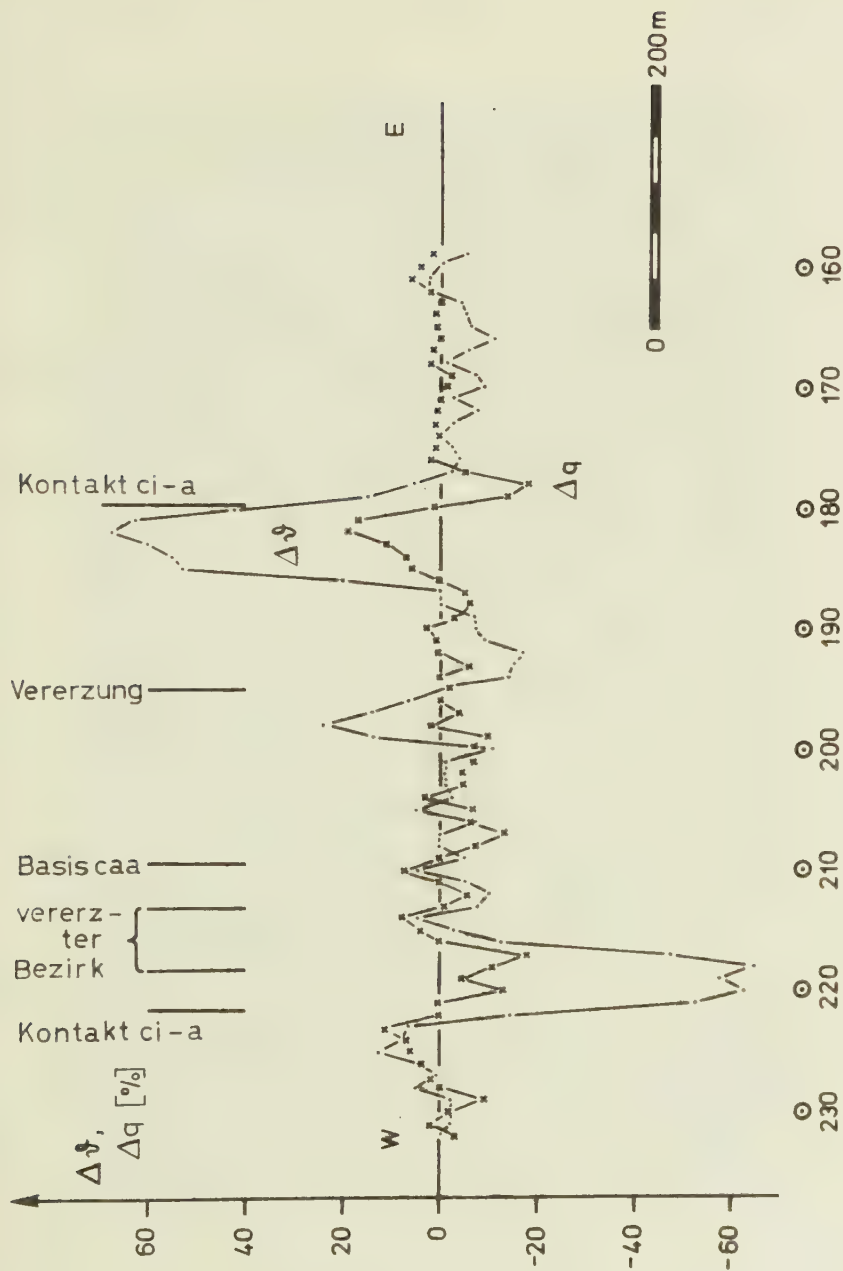


Abb. 34c Blei-Zink-Flußspat-Mineralisation der Serra do Cantinho, Tijuco, Município de Januária, Minas Gerais, Brasilien.

Weitgehend vom Gelände-Einfluß reduzierte Differenzenwerte $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ sowie auf diesen beruhende Interpretation der Messungen.



Kurven deutlich glatter sind. Jedoch ist offensichtlich auf der Grundlage dieser unbearbeiteten Messungen eine Zuordnung der Anomalien weder zur Mineralisation noch zur Form der Gelände-Oberkante durchführbar.

Da man davon ausgehen kann, daß das ausgeprägte Relief der Serra in die Meßwerte des induzierten anomalen Magnetfeldes eingegangen ist, wurden längs des Meßprofiles der Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$) und das Halbachsen-Verhältnis (q_{top}) der Hang-Drehfeld-Ellipse rechnerisch bestimmt und in Abb. 34b aufgetragen. Eine von der Deutschen Geologisch-Geophysikalischen Mission, Belo Horizonte, angefertigte topographische Karte stand hierfür zur Verfügung. Die Differenzen-Werte $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ sind in Abb. 34c gezeigt.

Stellt man einen Vergleich der ursprünglichen Meßdaten (Abb. 34a) mit den reduzierten der Abb. 34c an, so wird bereits mit einer ersten visuellen Betrachtung die Bedeutung der Geländeform-Reduktion demonstriert. Die vom Einfluß der Geländeform entstörten Daten können geologischen Merkmalen zweifelsfrei zugeordnet werden: Die beiden äußerst kräftigen Anomalien der Gesamt-Amplitude ($\tan \vartheta_{\text{max}} - \tan \vartheta_{\text{min}}$) von über 70 % haben ihre Null-Durchgänge bei den Profil-Punkten 180 und 222, wenn der Verlauf der Δq -Kurve hierfür zugrunde gelegt wird. Sie lassen sich dort zwanglos mit der Schichtgrenze Alluvium-Unterer Kalk (ci) korrelieren. Der stärkere Anomalien-Zweig befindet sich jeweils auf der dem Zeugenberg zugewandten Seite. Der große Unterschied der Extremwert-Beträge dieser zwei Anomalien weist auf sehr flaches Einfallen des elektrisch leitfähigen Mediums hin, das hier in Form eines am Kontakt Alluvium-Unterer Kalk aufgewölbten Grundwasser-Horizontes denkbar ist. Bei Profil-Punkt 209.5 verursacht eine andere Schichtgrenze eine im Halbachsen-Verhältnis 20 % starke Anomalie. Sie wird am Übergang vom Oberen Kalk (cs) zu den sandig-tonig-kalkigen Schichten (caa) hervorgerufen;

der im Liegenden dieser Schichten anstehende feinklastische Mergel bildet infolge seiner Ton-Gemengteile das geortete elektrisch leitfähige Medium. Es markiert geophysikalisch die Basis der sandig-tonig-kalkigen Schichten.

Die folgenden Anomalien indizieren die Blei-Zink-Fluorit-Mineralisation. In der Mitte des Profiles kennzeichnet Punkt 196 die in der Kippwinkel-Messung 40 % starke Anomalie die dort angetroffene Vererzung. Bei den Profil-Punkten 213 und 218 liegen die seitlichen Begrenzungen der zweiten, geologisch aufgefundenen Mineralisation. Hier trifft man auf im Halbachsen-Verhältnis 10-15 % große Anomalien. Da nur an den Rändern eines horizontal gelagerten, homogenen elektrisch leitfähigen Gesteinskörpers, im Bereich des Überganges zum schlechter leitenden Medium, sich ein anomales Magnet-Wechselfeld ausbilden kann, wird die Ortung des in Profil-Richtung 50 m langen, vererzten Bezirkes mittels zweier an den Rändern der Vererzung auftretender Anomalien verständlich. Dank der Reduktion vom Geländeform-Einfluß kann aus diesen Messungen geschlossen werden, daß

- sich die Blei-Zink-Vererzung der Bambui-Kalke durch die Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen prospektieren läßt und
- an Schicht- bzw. Gesteinsgrenzen anomale Magnet-Wechselfelder auftreten, die die Anomalien der gesuchten Mineralisation an Intensität erheblich übertreffen können.

Deshalb soll im nächsten Abschnitt ein Arbeitsbeispiel aus einer Mangan-Lagerstätte vorgestellt werden, wo die Methode der Induktion mittels künstlicher EM-Längswellen für die Rekognoszierung verschiedener Lagerstätten-Bereiche eingesetzt wurde.

4.1.3 Mangan-Erz-Vorkommen in der Serra do Espinhaço, südliches Bahia, Brasilien

Die Mangan-Vorkommen Brasiliens stellen in der Mehrzahl syngenetische sedimentäre Anreicherungen der Itabira-Gruppe in der präkambrischen Minas-Serie dar. Zwischen den üblichen Itaberiten, die alternierend aus feingeschichtetem Quarzit und Hämatit gebildet sind, können sich ausgedehnte, bis zu einigen Metern mächtige Mangan-Erz-Lagen einschalten, deren Erzgehalt 48 % Mangan-Oxyd erreichen kann (BEURLEN, 1970; PUTZER, 1976). Es handelt sich um primäre Mn-Konzentrationen, die zusammen mit dem Hämatit abgelagert wurden. Die gute Löslichkeit der Mn-Oxyde begünstigt die Bildung sekundärer Anreicherungen und Konzentrationen dort, wo manganhaltige Gesteine in Oberflächennähe auftreten.

Das Vorkommen "Lagôa d'Anta" liegt auf halbem Wege zwischen den Städtchen Brejinho das Ametistas und Caetité am Ostrand der NS streichenden Serra do Espinhaço. Seine Ausdehnung ist auf die Höhenlagen eines in WE-Richtung gestreckten Berges beschränkt; die unterste Verbreitungsgrenze wird annähernd durch die 950 m-Isohypse beschrieben. Die exponierte Lage dieses Mn-Vorkommens verweist auf sekundäre Anreicherungsvorgänge, die zur Lagerstätten-Bildung beigetragen haben. Ein geologisches Profil durch das Vorkommen (nach BIONDI & TORU, 1971) ist in Abb. 35a gezeigt. Zwischen den Profil-Punkten 600 S und 400 S stehen Itaberite (it) an; von Punkt 400 S bis 200 S sind lediglich lateritische Boden-Verkrustungen (s; port. canga) beobachtet worden. Bei Punkt 200 S beginnt der Erzkörper (mmc), der teils massig, teils als lateritisch verkittetes Konglomerat auftritt. Er erstreckt sich nach der geologischen Kartierung bis zum Profil-Punkt 0. Hier setzt ein anderer, feingebänderter Vererzungsbe-

reich (mcf) an, der nach N bis zu Punkt 275 reicht. Jenseits dieses Punktes ist wieder Canga (s) kartiert.

Die Längsachse des Mn-Vorkommens liegt in WE-Richtung. Da das magnetische Wechselfeld des nordamerikanischen Senders NAA in Brasilien annähernd in der gleichen Richtung schwingt und dieses magnetische Primärfeld in einem derart streichenden, elektrisch leitfähigen Medium keine Ströme induzieren kann, mußte für die vorgesehenen Messungen der Induktion mittels künstlicher EM-Längstwellen ein anderer Sender ausgesucht werden. Das zwar schwächere, aber NW - SE gerichtete Magnet-Wechselfeld des 8000 km entfernten französischen Senders FÜO (vgl. Tab. 1) ließ in dieser geologischen Situation bedeutend bessere Kopplungsbedingungen zu dem Erzkörper erwarten. Der Winkel, der von der Richtung des Primärfeldes FÜO und dem Streichen der Vererzung eingeschlossen wird, beträgt 40° . Der nordamerikanische Sender NAA liegt Zentral-Brasilien um 2000 km näher als der französische.

Das ein Kilometer lange, im Abstand von 20 m aufgenommene Meßprofil ist in Abb. 35a aufgezeichnet. Dies sind die ersten Messungen der künstlich angeregten Längstwellen-Induktion mit einer Sender-Empfänger-Distanz, die wesentlich mehr als die Länge eines Erdradius beträgt.

Der Einfluß der Gelände-Neigung auf die Messungen ist sofort erkennbar: Im südlichen Profil-Teilstück sind entsprechend der in Meßrichtung abnehmenden Höhe alle Kippwinkel-Ablesungen negativ, in der Nähe des Grates wechselt das Vorzeichen und am Nordhang überwiegen positive Kippwinkel- und Halbachsen-Verhältnis-Werte. Um die Beeinflussung der Meßdaten durch die Morphologie nachträglich zu eliminieren,

Abb. 35a Mangan-Vorkommen "Lagôa d'Anta" der Serra do Espinhaço, Município de Caetité, südliches Bahia, Brasilien.

Meßdaten der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längstwellen, Höhenprofil und geologischer Schnitt (nach BIONDI & TORU, 1971).

Sender FU0 , 25.07.76

← Meßrichtung —

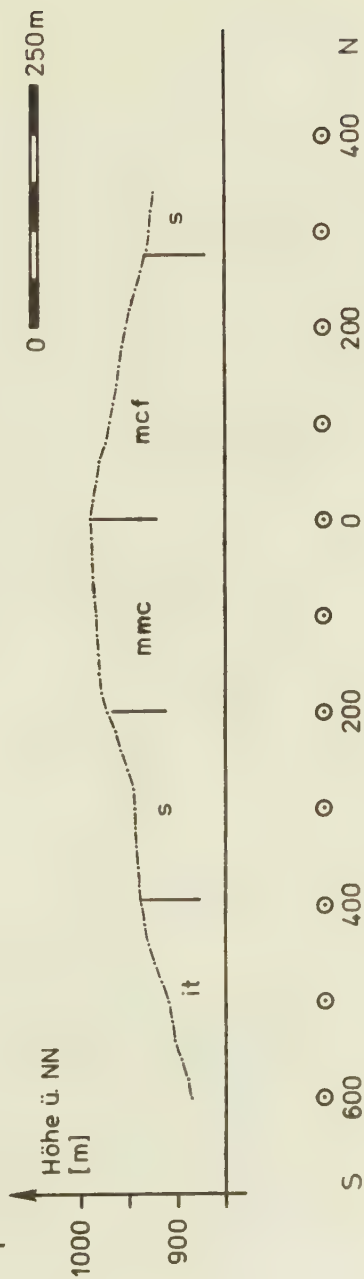
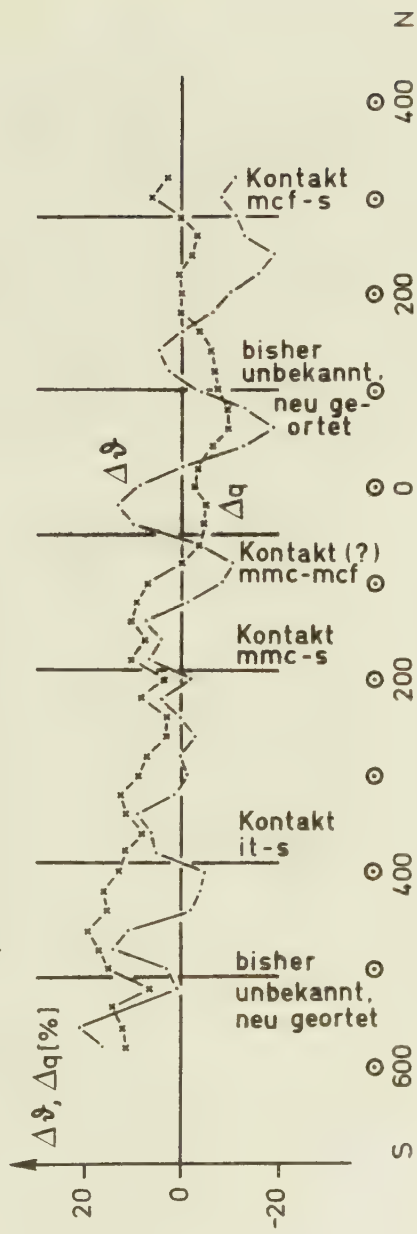
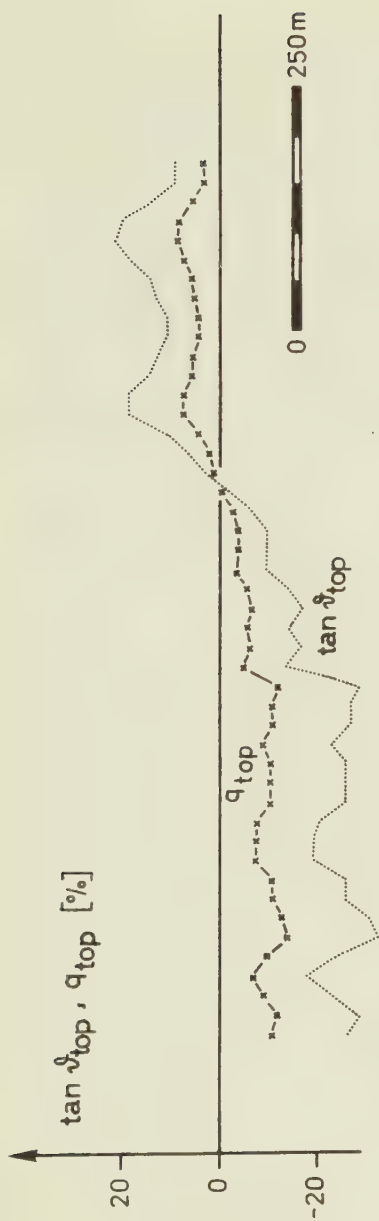


Abb. 35b Mangan-Vorkommen "Lagôa d'Anta" der Serra do Espinhaço, Município de Caetité, südliches Bahia, Brasilien.

Oben: Errechnete, ausschließlich durch die Geländeform verursachte Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})- Werte.

Unten: Weitgehend vom Gelände-Einfluß reduzierte Differenzen-Werte $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ und auf diesen beruhende Interpretation der Messungen.



wurden auf der Grundlage der geologisch-topographischen Kartierung von BIONDI & TORU (1971) die ausschließlich durch die Geländeform verursachten Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})-Werte rechnerisch nach (75a) und (80) ermittelt und in Abb. 35b aufgetragen. Ferner sind die Kurven der weitgehend vom Einfluß der Geländeform entstörten Differenzen $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ eingezeichnet. In diesen reduzierten Kurven erkennt man sechs Anomalien und kann ihre Wendepunkte zwischen den beiden Extremwerten zur Lokalisierung der elektrischen Inhomogenität anreißen.

Mit Hilfe des geologischen Profils (Abb. 35a) lassen sich nicht alle Anomalien einordnen. Nur diejenigen längs der Trennflächen, an denen die Canga entweder an Itaberite (it) oder an die Vererzung grenzt, werden eindeutig durch die geologische Kartierung bestätigt. Die bei Profil-Punkt O gelegene Grenze zwischen den gebänderten Erzen (mcf) im Süden und den massig-konglomeratischen (mmc) im Norden verschiebt sich nach den Messungen der künstlich angeregten Längstwellen-Induktion um 50 m nach Süden. Die bei den Profil-Punkten 510 S und 100 N georteten Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit sind seitens der Geologie bisher noch nicht beobachtet worden. Ihre geophysikalisch nachgewiesene Existenz versetzt den Lagerstätten-Bearbeiter in die Lage, weitere Kartierungsarbeiten gezielt vornehmen zu können.

4.2 Erfassen geologisch-tektonischer Flächen

Der vorangegangene Abschnitt hinterläßt den Eindruck, daß nicht nur mineralisierte Bereiche zur Ausstrahlung eines sekundären Magnetfeldes durch das künstliche primäre elektromagnetische Längstwellenfeld angeregt werden, sondern daß auch an Schichtgrenzen Anomalien des Längstwellenfeldes gemessen werden können. Es erweist sich als belanglos, ob die Schichtgrenze, die Fläche der elektrischen Inhomogenität, eine Folge der Ablagerung ist oder durch spätere tektonische Vorgänge geschaffen wurde. Häufig ist diesen elektrisch wirksamen Störkörpern die steil einfallende Halb-Ebene als adäquate geophysikalische Modellvorstellung zuzuordnen.

4.2.1 Der Rammelsberger Lagerhorizont und angrenzende Schichtflächen unterkarbonischer Sedimente westlich des Grane-Tales

Während der Vermessung des Goslar-Wolfshagener Devon-Troges wurde auf den Profilen 35 und 36 das westlich des Grane-Tales gelegene obere Schön-Tal überquert. Abb. 36a zeigt den betreffenden Ausschnitt des Lageplanes. Das obere Schön-Tal liegt zweihundert Meter nördlich der Hexenbank. Hier wurden die kräftigsten, von technischen Einrichtungen unbeeinflussten Magnetfeld-Anomalien künstlicher elektromagnetischer Längstwellen gemessen (EBERLE, 1975b). Die Gesamt-Amplitude dieser Anomalien steigt in den Kippwinkel-Ablesungen $\tan \vartheta$ bis auf 60 %, allerdings wird dieser beachtliche Anstieg von den Werten q der Ellipsen-Halbachsen-Verhältnisse nicht nachvollzogen.

Die Messungen wurden in einem äquidistanten Abstand von 25 m vorgenommen. Es wurde bei einer einzigen Profil-

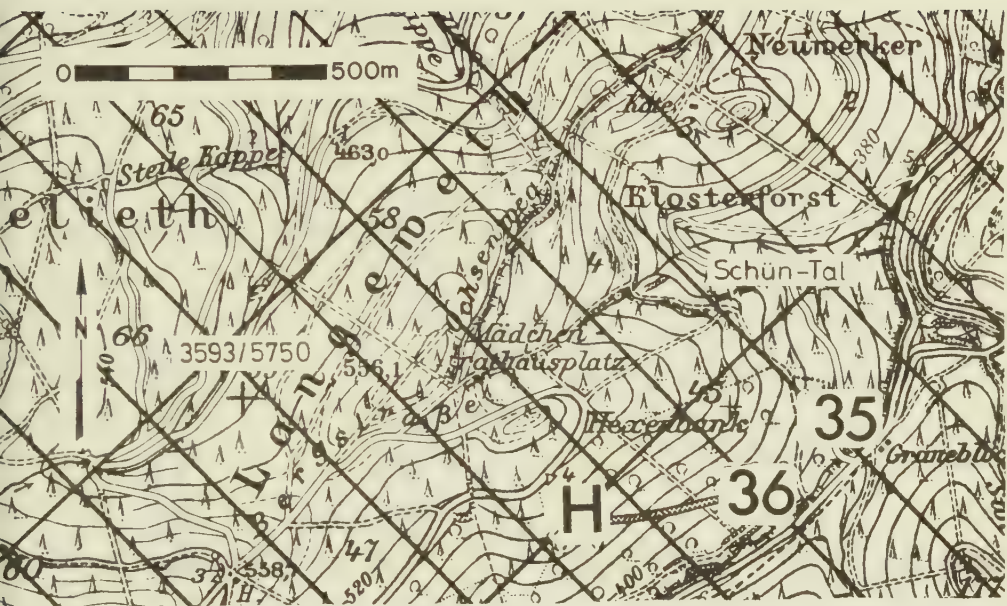


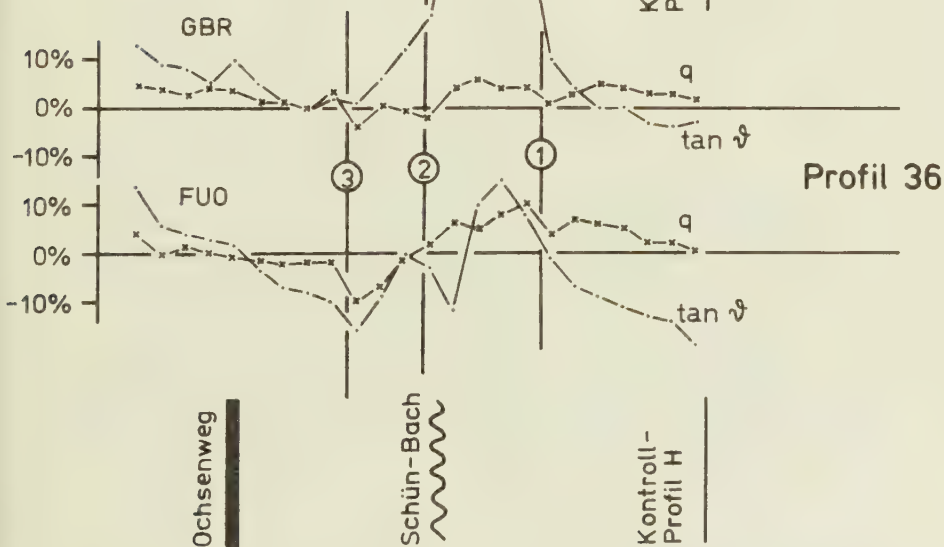
Abb. 36a Lage der Profile 35 und 36 im oberen Schün-Tal.
Vergrößerter Ausschnitt der Topographischen Karte 1 : 25 000,
Blatt 4128, Clausthal-Zellerfeld.

Abb. 36b Übersichtsvermessung im Goslar-Wolfshagener Devon-Trog; unbearbeitete Messungen der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen längs eines Abschnittes der Profile 35 und 36. Es wurden die Längswellenfelder der Sender FÜO und GBR (vgl. Tab. 1) benutzt.

Ortung des Rammelsberger Lager-Horizontes (2) und benachbarter Schichtgrenzen unterkarbonischer Sedimente ((1): Tonschiefer - Lydit, (3): Tonschiefer - Grauwacke) im oberen Schün-Tal, Abteilung 4 des Neuwerker Klosterforstes.

06.03.74

— Meßrichtung →

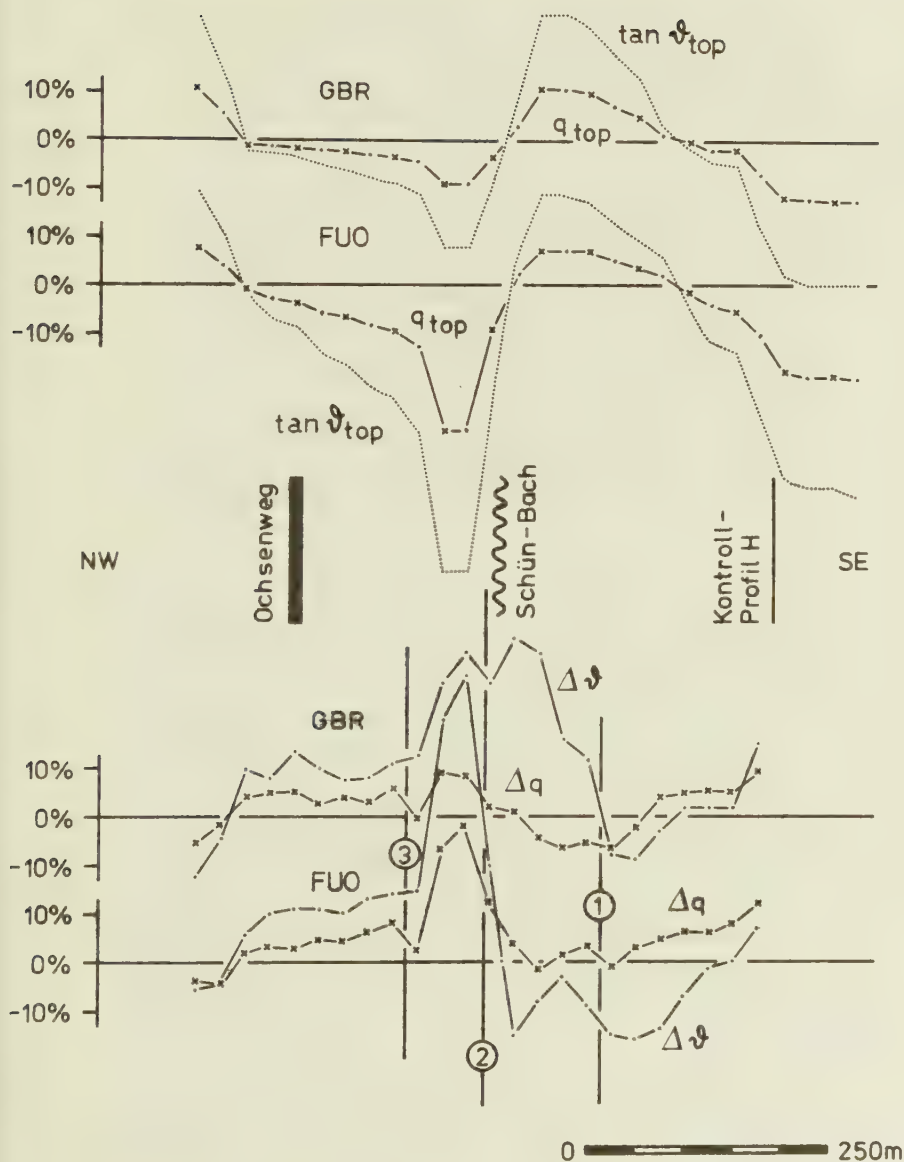


0 250 m

Abb. 36c Übersichtsvermessung im Goslar-Wolfshagener Devon-Trog; errechnete, ausschließlich durch die Geländeform verursachte Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})- Werte sowie vom Einfluß der Geländeform weitgehend befreite Differenzen-Werte $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ längs eines Abschnittes des Profils 36.

Ortung des Rammelsberger Lager-Horizontes (2) und benachbarter Schichtgrenzen unterkarbonischer Sedimente ((1): Tonschiefer - Lydit, (3): Tonschiefer - Grauwacke) im oberen Schün-Tal, Abteilung 4 des Neuwerker Klosterforstes.

Profil 36



Begehung gleichzeitig mit den Primärfeldern der Sender GBR und FÜO gearbeitet. Die Richtung zum Sender FÜO (Süd-Frankreich, vgl. Tab. 1) liegt im variskischen Schichtstreichen. Dagegen weist das flach-hercynische Streichen der Harzer Gangzüge mit nur geringfügiger Abweichung in die Richtung zum englischen Sender GBR (vgl. Tab. 1). Die Übereinstimmung dieser zwei Sender-Richtungen mit den wichtigsten tektonischen Richtungen im nordwestlichen Oberharz gewährleistet gute Kopplungsbedingungen der Primärfelder mit der Schichtung und den Gangstörungen.

In der Abb. 36b sind die Messungen der Profile 35 und 36 im Abschnitt zwischen Ochsenweg und Kontroll-Profil H gezeigt. Vergleicht man die Meßkurven mit dem Verlauf der Morphologie (Abb. 36a), so ist die sich zwischen Ochsenweg und Schün-Bach erstreckende negative $\tan \vartheta$ -Anomalie auf Profil 35 unschwer als eine durch die Geländeform bedingte zu erkennen. Auch das auf der südostwärtigen Talseite sich anschließende Maximum des Kippwinkel-Tangens ($\tan \vartheta$) wird man zunächst als Auswirkung der Morphologie einordnen wollen. Es fällt jedoch auf, daß

- in den Messungen mit dem Primärfeld GBR der Anstieg des $\tan \vartheta$ -Maximums bereits 75 m vor dem Tal-Einschnitt beginnt,
- der steile Gradient des $\tan \vartheta$ -Maximums nicht durch die sanft gewellte Geländeform des oberen Schün-Tales bewirkt werden kann und
- schwächere, wegen des weiten Meßpunkt-Abstandes nur durch jeweils insgesamt drei Meßwerte repräsentierte Anomalien trotz der Überlagerung störender Geländeform-Einflüsse erkannt werden können.

Diese sind in Abb. 36b angerissen. Besonders hilfreich sind hierbei die mit dem Primärfeld FÜO auf Profil 36 ausgeführten Messungen, bei denen die Auswirkungen der Morphologie schwach sind und für die drei festgestellten

Anomalien annähernd gleiche Kopplungsbedingungen vorgelegen haben müssen. Dagegen ist die auf der südostwärtigen Talseite gelegene elektrische Inhomogenität (1) erheblich besser mit dem Primärfeld GBR als mit dem Feld FUO gekoppelt.

Die simultane Vermessung mit zwei aus möglichst um 90° verschiedener Richtung einfallenden Längstwellen-Primärfeldern ermöglicht, daß die "Rose" sämtlicher vorkommender geologisch-tektonisch-morphologischer Richtungen übersehen wird und stets eines dieser zwei Felder in induktionswirksamer Position zu den Richtungselementen des Untersuchungsgebietes steht. Selbst eine grobe, vorläufige Abschätzung des Geländeform-Einflusses wird aus den unbearbeiteten Meßdaten möglich, wenn zwei Längstwellenfelder aus rechtwinklig gekreuzten Richtungen zur Verfügung stehen.

Da aus der Umgebung des Schön-Tales vorzügliche geologische Kartierungen existieren (HINZE u.a., 1971; SPERLING, 1968), ließe sich jetzt die geologische Zuordnung der erkannten Anomalien vornehmen, doch müßte dies unter Inkaufnahme einer durch den nicht bestimmten Gelände-Einfluß verbundenen Unsicherheit erfolgen. Die nach (75a) und (80) bestimmten Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})-Werte des Hang-Drehfeldes längs Profil 36 sind in Abb. 36c zusammen mit den reduzierten Differenz-Werten $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ aufgetragen. In den $\Delta \vartheta$ - und Δq -Kurven erscheinen jetzt besonders deutlich die Anomalien (1) und (2). Die Anomalie (3) geht lediglich aus dem Verlauf der Δq -Kurve hervor, da die korrespondierende $\Delta \vartheta$ -Kurve durch die dicht benachbarte, kräftige Anomalie (2) verzerrt wird.

Die Anomalien (1)-(3) lassen sich nun zweifelsfrei geologisch bestimmen: Das Schün-Tal liegt hart südlich einer regionalen, hercynisch streichenden Abschiebung im Bereich einer Sattel-Zone, die bis auf ihren aus mitteldevonischen Schiefern bestehenden Kern abgetragen ist (s. HINZE u.a., 1971). Nach der Kartierung von SPERLING (1968) existiert in dem mitteldevonischen Kern ein Aufschluß des Rammelsberger Lager-Horizontes. Der Lager-Horizont ist zwischen Goslar und dem Grane-Tal mehrfach untertage angefahren worden und weist stellenweise stärkere Pyrit-Führung auf (KRAUME, 1955). Anhand dieser geologischen Unterlagen sind die Anomalie (1) auf die Schichtgrenze unterkarbonischer Ton- zu Kieselschiefern (Lydite), die Anomalie (3) auf die Schichtgrenze unterkarbonischer Grauwacke zu Tonschiefer und die Anomalie (2) auf den pyrit-haltigen mitteldevonischen Rammelsberger Lagerhorizont zurückzuführen.

Die Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen ist demnach bestens geeignet, Schichtgrenzen genauestens zu lokalisieren und bestimmte Schicht-Horizonte aufzufinden, sofern sich das elektrische Verhalten der Gesteine an solchen Strukturen hinreichend ändert.

4.2.2 Basische Gesteinskomplexe in der Serra do Espinhaço, Brasilien

In den etwa 1000 km langen, sich NS erstreckenden schmalen Gebirgszug der Serra do Espinhaço, der sich vornehmlich aus Quarziten aufbaut und die brasilianischen Bundesstaaten Minas Gerais und Bahia jeweils in fast zwei gleich große Teilgebiete untergliedert, sind mehrere präkambrische, meist durch Metamorphose beanspruchte, basische und ultrabasische Intrusivkörper eingeschaltet.

Basische bis ultrabasische Gesteinskomplexe üben auf die Prospektionstätigkeit wegen möglicher sulfidischer Vererzungen stets einen Anreiz aus. Hierbei bietet sich das Verfahren der Induktion mittels künstlicher EM-Längstwellen dem Geophysik-Prospektor als diejenige Methode an, mit der in der ersten Bearbeitungsphase personal- und kostensparend Inhomogenitäten der elektrischen Leitfähigkeit des Untergrundes aufgefunden werden können.

In den Abb. 37 und 38 sind zwei Abschnitte eines Untersuchungsprofils gezeigt, das den ca. 10 km ostwärts Espinosa - MG nahe der Fazenda "Engenho da cana brava" gelegenen Metagabbro-Komplex in WE-Richtung überquert. Die Messungen der Längstwellen-Induktion erfolgten äquidistant in einem Abstand von 20 m. Als anregendes Feld wurde das des Senders NAA (vgl. Tab. 1) eingesetzt, so daß vornehmlich um die NS-Richtung streichende Flächen und Strukturen geortet werden konnten. Zwischen den Profil-Punkten 750 und 950 bzw. 2500 und 2700 wurde eine Folge bis zu 60 % bzw. knapp 40 % starker Kippwinkel ($\tan \vartheta$)-Anomalien vermessen. Da der Geophysiker sich naturgemäß für den geologischen Ursprung der georteten Anomalien interessiert, aber eine geologische Feinkartierung ihm in solchen Fällen kaum zur Verfügung stehen

Abb. 37 Messungen nach der Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen über einem Gabbro-Komplex der Serra do Espinhaço, Espinosa, nördliches Minas Gerais, Brasilien; ergänzt durch Messungen des scheinbaren spezifischen elektrischen Gesteinswiderstandes ρ_s mit dem Radio-Ohm-Verfahren.

Erkennen und Lokalisieren eines nicht-gabbroiden Einschlusses.

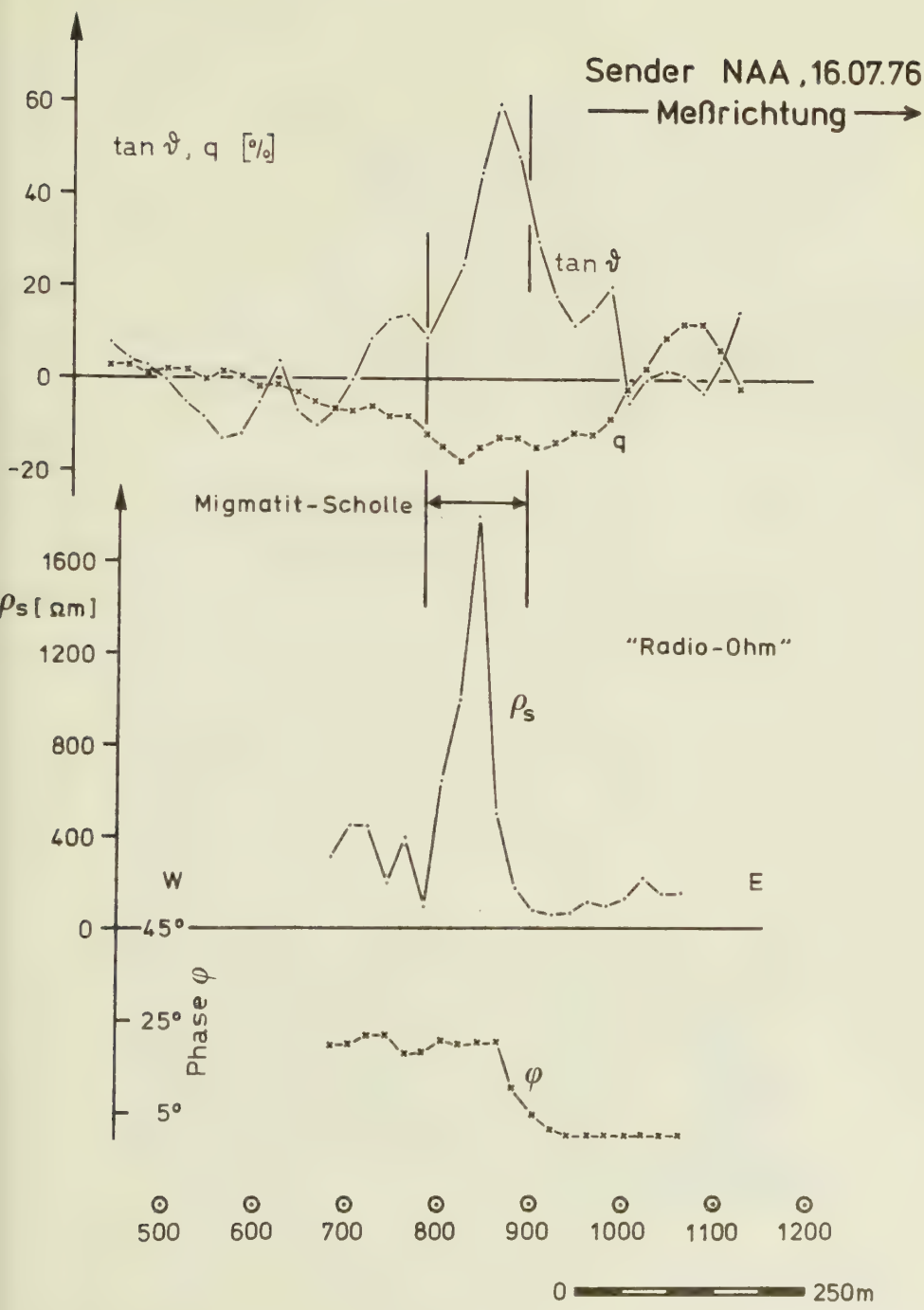
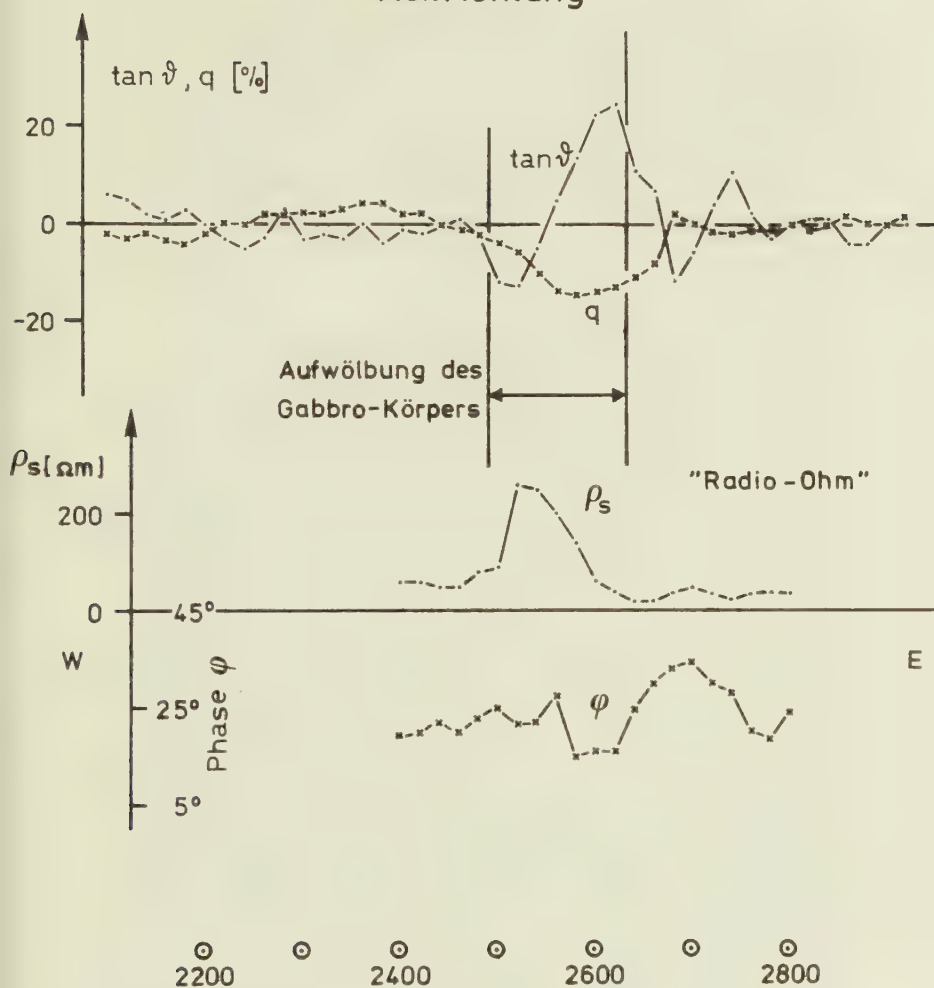


Abb. 38 Messungen nach der Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen über einem Gabbro-Komplex der Serra do Espinhaço, Espinosa, nördliches Minas Gerais, Brasilien; ergänzt durch Messungen des scheinbaren spezifischen elektrischen Gesteinswiderstandes ρ_s mit dem Radio-Ohm-Verfahren.

Erkennen und Lokalisieren einer Aufwölbung des Gabbro-Komplexes bzw. einer Oberflächen-Deckschicht geringerer Mächtigkeit.

Sender NAA 17.07.76

— Meßrichtung →



0 250m

dürfte, setzt er weitere Methoden ein, um die Art des geophysikalischen Störkörpers bestimmen zu können. Als ergänzende Meßmethode hat sich das Radio-Ohm-Verfahren nach COLLETT & BECKER (1968) bewährt, mit dem der scheinbare Widerstand ρ_s des Untergrundes gemäß der aus der Theorie der Magneto-Tellurik bekannten, für eine Erde mit homogener, ebener Schichtung geltenden Cagniard'schen Meßvorschrift

$$\rho_s = \frac{1}{2 \pi \mu f} \left| \frac{E_x}{H_{y0}} \right|^2$$

bestimmt wird. Die ρ_s -Messungen werden ebenfalls mit der in Abschn. 2.3.6 beschriebenen Apparatur durchgeführt. Es werden lediglich zusätzlich ein Sonden-Paar hochohmiger Eingangsimpedanz und ein Selektiv-Verstärker für die Messung des elektrischen Feldes verwendet. Mit dem in Richtung zum Sender ausgelegten Sonden-Paar wird die elektrische Feldstärke E_x im Boden abgegriffen, mit der senkrecht zum Sonden-Paar liegenden Referenz-Spule wird das horizontale magnetische Normal-Wechselfeld H_{y0} gemessen. Durch Abgleich einer Wechselstrom-Kompensationsschaltung können am Gerät unmittelbar der Wert des scheinbaren Widerstandes ρ_s und die zwischen E_x und H_{y0} bestehende Phase φ abgelesen werden. Das elektrische Feld E_x hat im homogenen ungeschichteten Halbraum eine Phase von 45° gegenüber dem magnetischen Normal-Wechselfeld H_{y0} (vgl. Abschn. 2.2.2). Weicht die Phase von diesem Wert ab, so liegt ein geschichteter Untergrund vor. Ist $\varphi > 45^\circ$, existiert im Untergrund eine weitere Schicht mit besserer Leitfähigkeit; ist $\varphi < 45^\circ$, liegt eine solche von höherem Widerstand unterhalb der Deckschicht (GEONICS, 1975).

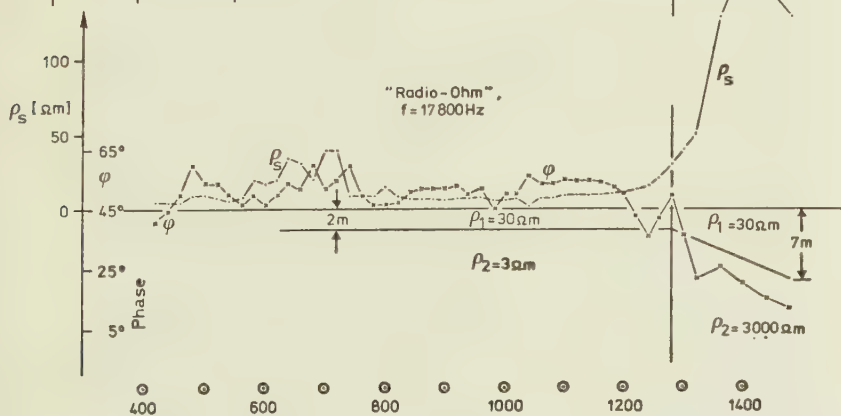
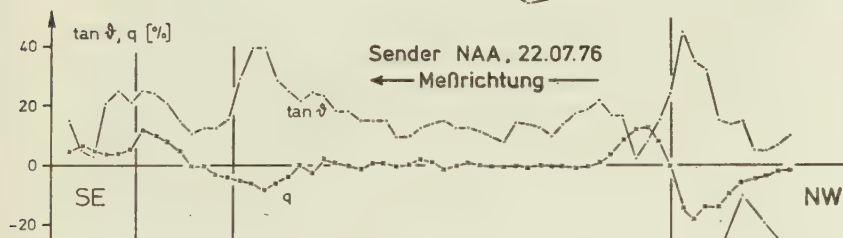
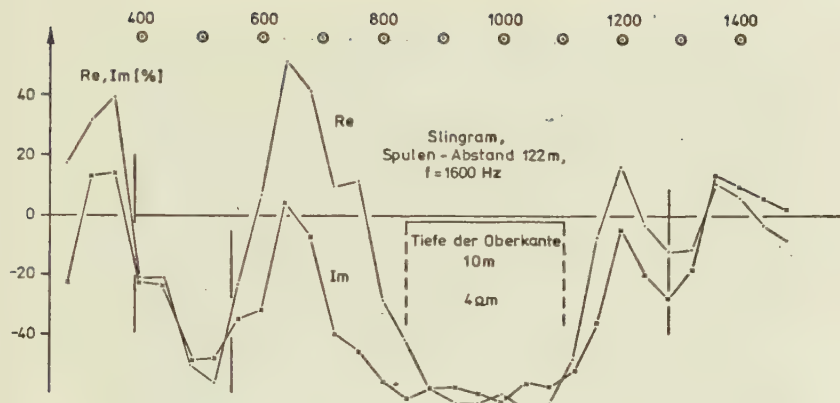
Die Messungen des scheinbaren Gesteinswiderstandes aus dem Gebiet E Espinosa - MG sind einschließlich der zu-

gehörigen Phasen-Angabe lagegetreu unter die Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)-Kurven der Abb. 37 und 38 gezeichnet. In den Abschnitten der Kippwinkel ($\tan \vartheta$)-Anomalien ist der scheinbare Gesteinswiderstand erhöht. Bei Profil-Punkt 840 steigt er auf 1800 Ωm und bei Punkt 2520 auf 320 Ωm , während außerhalb der Anomalien ρ_s -Werte von 20 bis 200 Ωm gemessen wurden. Die Phase ist stets kleiner als 45° , d.h. im Untergrund steht weniger leitfähiges Gestein an als an der Erdoberfläche. Ostwärts des Punktes 900 nimmt die Phase auf Null ab; elektrisches und magnetisches Feld schwingen phasengleich. Durch den Einsatz der Radio-Ohm-Methode konnte geklärt werden, daß die Kippwinkel ($\tan \vartheta$)-Anomalien auf diesem Profil durch lokale Aufwölbungen des hochohmigen Gesteinsmaterials bzw. Ausdünnungen der gut leitfähigen Deckschicht ausgelöst werden. Eine in der Umgebung des Punktes 800 anstehende kleine Migmatit-Scholle bestätigt diese Vorstellung. Wenn man die Zwei-Schicht-Interpretationskurven (GEONICS, 1975) auf die Messungen ostwärts des Punktes 900 anwendet, hat die Migmatit-Scholle einen spezifischen elektrischen Widerstand von 30 000 Ωm und wird von einer ca. 3 m mächtigen, gut leitfähigen Deckschicht von 10 Ωm überlagert. Somit sind diese Kippwinkel ($\tan \vartheta$)-Anomalien nicht mehr von lagerstättenkundlicher Bedeutung, sondern nur noch von Interesse für die geologische Kartierung.

Das zweite Beispiel soll demonstrieren, wie die Randzone eines gut leitfähigen Gesteinskomplexes durch induzierte anomale Magnet-Wechselfelder technisch erzeugter Längswellen markiert wird (Abb. 39). Der Berg (port. morro) Santa Clara liegt bei der Fazenda "Murissoca" ca. 25 km nördlich des Städtchens Calculé - BA. Er erhebt sich am Ostrand der Serra do Espinhaço abrupt inmitten einer Hochebene und ist bereits das Ziel einiger

Abb. 39 Messungen nach der Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen über dem ultrabasischen Intrusiv-Körper des Morro Santa Clara, Município de Calculé, südliches Bahia, Brasilien; ergänzt und verglichen mit Messungen des Slingram (Horizontal loop)- und des Radio-Ohm-Verfahrens (Bestimmung des scheinbaren spezifischen Gesteinswiderstandes).

Lokalisierung einer ca. 700 m breiten Zone sehr niedrigen Gesteinswiderstandes ($\rho < 5 \Omega\text{m}$) aufgrund der Anomalien, die am Kontakt zu bedeutend schlechter leitfähigem Gestein ($\rho \sim 3000 \Omega\text{m}$) gemessen wurden. Die im Zentrum der Zone guten Leitvermögens gemessenen Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)-Werte ($\tan \vartheta \approx 12 \%$; $q \approx 1 \%$) sind vornehmlich durch die Geländeform bedingt (vgl. Abb. 25), da sich in diesem Bereich die Widerstandsverteilung im Untergrund nicht ändert.



0 250 m

primitiver Bergbau-Versuche (Amiant, Magnesit) gewesen. Ein in Gneise der präkambrischen Präminas-Serie intrudierter ultrabasischer Körper bildet zum überwiegenden Teil die kegelstumpfförmige Bergkuppe. Der gezeigte Profil-Abschnitt verläuft an der N-Seite in einem sanften Tal-Einschnitt.

Die Messungen (Punkt-Abstand 20 m) wurden mittels des vom Sender NAA abgestrahlten Feldes ausgeführt. An den Profil-Punkten 390, 550 und 1380 befinden sich die Wendepunkte von Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)-Anomalien, die zwischen 20 und 40 % schwankende Gesamt-Amplituden aufweisen. Die Orte der Wendepunkte indizieren die Position einer lateralen Inhomogenität der elektrischen Gesteinsleitfähigkeit. Auffallend ist der über 700 m lange, sehr ruhige Verlauf der $\tan \vartheta$ - und q -Kurve in der Mitte des Profil-Abschnittes. Die Kippwinkel ($\tan \vartheta$)-Ablesungen steigen hier gleichmäßig langsam von NW nach SE in Übereinstimmung mit der in dieser Richtung zunehmenden Hang-Neigung; die Werte q des Halbachsen-Verhältnisses streuen wenig um + 1 %. Dieser Wert wird bemerkenswert konstant beibehalten. Diese Beobachtungen lassen zwischen den Punkten 550 und 1380 einen elektrisch homogenen Halbraum vermuten, über dem naturgemäß keine anomalen Magnet-Wechselfelder induziert werden.

Um die Leitfähigkeit des erkannten elektrischen Halbraumes zu bestimmen, muß der Geophysiker auf ein oder zwei andere Meßverfahren zurückgreifen. Er setzt wieder das Radio-Ohm-Verfahren zur direkten Ermittlung des scheinbaren spezifischen Widerstandes ein und zusätzlich das bekannte Slingram-Verfahren, eine aktive Induktionsmethode mit eigenem Sender wesentlich tieferer Frequenz (z.B. 1.6 kHz), die sich gegenüber dem Verfahren der Induktion mittels künstlicher EM-Längstwellen durch eine größere Eindringtiefe auszeichnet.

Von dem Profil-Punkt 550 bis zum Punkt 1380 schwanken die Werte des scheinbaren Widerstandes zwischen 8 und 40 Ω m. Die Phase φ des E_x -Feldes ist stets größer als 45° ; folglich nimmt die Leitfähigkeit mit der Teufe noch weiter zu. Gibt man für die Deckschicht einen spezifischen Widerstand $\rho_1 = 30 \Omega$ m vor, so erhält man unter Zuhilfenahme der Zwei-Schicht-Interpretationskurven (GEONICS, 1975) die in ca. 2 m Tiefe gelegene Oberkante einer Schicht des spezifischen Widerstandes 3 Ω m. Interpretiert man die ρ_s - und φ -Messungen NW des Punktes 1380 ebenfalls mit den Zwei-Schicht-Kuren, folgt bei Beibehalten des Deckschicht-Widerstandes $\rho_1 = 30 \Omega$ m, daß die zweite Schicht einen spezifischen elektrischen Widerstand $\rho_2 = 3000 \Omega$ m hat. Der Widerstandskontrast zwischen dem von Punkt 550 bis Punkt 1380 reichenden äußerst gut leitfähigen Medium und seinem Kontaktgestein im NW beträgt demnach 1:1000. Die Mächtigkeit der 30 Ω m-Deckschicht nimmt nach NW von 2 auf 6 m zu. Da der Profil-Punkt 1400 am Fuß des Berges liegt, ist die hangabwärts erfolgende Zunahme der Deckschicht glaubhaft.

Die in dem gleichen Profil-Teilstück gemessene starke Slingram-Anomalie (Real- und Imaginär-Teil der Sekundär-Spannung betragen -60 % der Primär-Spannung) liefert ein vergleichbares Interpretationsergebnis. Legt man die Modell-Vorstellung des homogenen, elektrisch-leitenden Halbraumes zugrunde und benutzt das von KETOLA & PURANEN (1967) hierfür erstellte Argand-Auswerte-Diagramm, erhält man einen Widerstandswert von 4 Ω m, der zufriedenstellend mit dem zuvor mittels der Radio-Ohm-Methode ermittelten Wert von 3 Ω m übereinstimmt. Die Oberkante des leitenden Halbraumes liegt nach dieser Auswertung etwas tiefer, nämlich in einer Teufe von 10 m. Die Differenz ist durch die Verschiedenheit der zwei angewandten Interpretationsmodelle zu erklären.

Die Entdeckung eines flächenhaft ausgedehnten elektrisch-

leitenden Gesteinskörpers anhand der an seinen Rändern induzierten anomalen Magnet-Wechselfelder ist demonstriert worden. Da sich aus den Meßdaten zwar Position und Teufe des elektrischen Störkörpers direkt ermitteln lassen, aber nicht seine Material-Eigenschaft, die elektrische Leitfähigkeit, müssen die Messungen der Induktion mittels künstlicher EM-Längswellen durch Einsatz anderer elektromagnetischer Verfahren, wie z.B. der Radio-Ohm- und/oder der Slingram-Methode, ergänzt werden.

Der Ursprung einer durch die Längswellen-Induktion georteten Inhomogenität der elektrischen Leitfähigkeit kann geologisch als Schichtgrenze oder Schicht-Horizont, als tektonische Fläche, als plötzliche Änderung der Boden-Beschaffenheit und als ein Gang-Bereich sowohl mineralisierter als auch tauber Füllung auftreten. In der reinen Lagerstätten-Geophysik wird die Aussagekraft der Anomalien des induzierten Magnet-Wechselfeldes dadurch eingeschränkt, daß sie nicht erz-spezifisch sind, d.h. sie nicht von Anomalien über taubem Nebengestein unterschieden werden können. Der Schwerpunkt der Anwendbarkeit liegt im Auffinden kleinster lokaler bis regional bedeutsamer, verhältnismäßig oberflächennaher geologisch-tektonischer Flächen und Horizonte, unabhängig davon, ob diese mit oder ohne Mineral-Führung auftreten.

4.3 Lokalisierung im Boden verlegter technischer Einrichtungen

Während der Vermessung des Goslar-Wolfshagener Devontroges wurden zahlreiche, teils äußerst starke Anomalien an den Kreuzungspunkten der Meßprofile mit Forstwegen und öffentlichen Straßen beobachtet. Diese lassen sich in allgemein zu den Meßprofilen senkrechter Richtung auf mehreren Profilen verfolgen. Da in besonderem Maße Verkehrswege als Trassen für die Verlegung von Hochspannungskabeln, Wasser-Rohren und Telefonleitungen dienen, war zu folgern, daß diese technischen Versorgungs- und Kommunikationseinrichtungen die gemessenen anomalen Magnet-Wechselfelder der Längstwellen-Induktion hervorrufen. Diese Beobachtung wurde zum Anlaß genommen, die Anomalien solcher Anlagen genauestens zu vermessen. Da diese technischen Einrichtungen bei geringster Streuung der einzelnen Meßwerte nahezu modellmäßige Anomalien erzeugen und sich über die elektromagnetisch wirksamen Störkörper genaue Angaben über die Tiefe, in der sie verlegt sind, ihre Ausmaße und Materialzusammensetzung einholen lassen, können an ihnen z.B. die Kopplungsbedingungen zwischen anregendem Feld und dem Leiter experimentell untersucht werden.

Die technischen, untertage verlegten Leitungsnetze lassen sich mit Dezimeter-Genauigkeit lokalisieren. Für Tiefbau- und Bohr-Firmen kann die Meßmethode bestens zum Auffinden alter Wasser- und Telefonleitungen empfohlen werden, wenn über diese keine Kataster-Unterlagen mehr erhältlich sind.

4.3.1 Telefon-Kabel der Deutschen Bundespost

Unter den im Raum Goslar-Wolfshagen-Langelsheim (s. Abb. 17) bestehenden Telefon-Leitungen wurde das von der Deutschen Bundespost im Forstabschnitt 59 längs des Forstweges, der in etwa der 270 m-Isohypse folgt (Abb. 40a), verlegte Telefon-Kabel für eine Präzisionsvermessung ausgewählt. Das Kabel ist ca. 0.5 m tief vergraben. Die Messungen wurden längs Profil 25 in einem Abstand von 0.5 - 5 m vorgenommen. Die dichteste Meßpunkt-Folge wurde in der unmittelbaren Umgebung des Kabels (± 10 m) eingehalten. Als anregende primäre Längstwellenfelder wurden die der Stationen FÜO und GBR (vgl. Tab. 1) benutzt. Da die BP-Leitung von NE nach SW verläuft, existiert optimale Kopplung mit dem Feld des Senders FÜO; das Streichen des Kabels und die Feld-Richtung des Senders GBR bilden einen Winkel von nur 45° . Die Meßergebnisse sind in den Abb. 40b und 40c aufgetragen. Die durch das Feld FÜO ausgelöste Magnetfeld-Anomalie ist eine in den Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)-Ablesungen gegenläufige Anomalie, während die mit dem GBR-Feld induzierte Anomalie gleiche Polarität der $\tan \vartheta$ - und q-Werte aufweist. Das anomale Magnet-Wechselfeld der FÜO-Anomalie ist bedeutend stärker als das der GBR-Anomalie. Bildet man die Beträge der Gesamt-Amplituden

$$(\tan \vartheta_{\max} - \tan \vartheta_{\min})$$

beider Anomalien, so ist

$$\frac{(\tan \vartheta_{\max} - \tan \vartheta_{\min})_{\text{GBR}}}{(\tan \vartheta_{\max} - \tan \vartheta_{\min})_{\text{FÜO}}} = \frac{113}{168} = 0.67 \quad .$$

Nach der Beziehung (51a) muß dieses Verhältnis den Wert $\sin 45^\circ = 0.71$ haben. Theorie und Experiment haben eine nur 6 %-ige Abweichung. Die entgegengesetzte Polarität der zwei Halbachsen-Verhältnis (q)-Meßkurven muß in einem anisotropen elektrischen Verhalten des Untergrundes gesucht werden.

Zusätzlich soll an dieser Stelle an einem Meßbeispiel gezeigt werden, welchen Einfluß die Winkel ϕ_1 und ϕ_2 zwischen dem Streichen der elektrisch leitenden Einlagerung und der Richtung des magnetischen Normal-Wechselfeldes bzw. der Profil-Richtung (s. Abschn. 2.3.5.3) auf die Reihenfolge der Extremwerte einer Anomalie des Längstwellenfeldes ausüben. Auf dem Profil 27 des Meßgebietes "Goslar-Wolfshagener Devon-Trog" wurde von NW nach SW fortschreitend mit den Sendern FUO und GBR (vgl. Tab. 1) gemessen. Das Profil kreuzt in spitzem Winkel ($\phi_2 = 30^\circ$) zwischen "Alte Harzstraße" und "Hohekehl" eine 15 kV-Leitung, die 1 m tief im Erdboden verlegt ist (Abb. 41a). An ihr entsteht unter der Anregung jeweils eines dieser magnetischen Normal-Wechselfelder eine kräftige Anomalie (Abb. 41b und 41c). Die durch das FUO-Feld hervorgerufene Anomalie weist nordwestlich der Leitung das Maximum und südwestlich das zugehörige Minimum der Kippwinkel ($\tan \vartheta$)-Ablesungen auf. Diese Maximum-Minimum-Abfolge entspricht dem üblichen Verlauf (s. Abschn. 2.3.6). Die unter Benutzung des GBR-Feldes gemessene Anomalie besitzt eine schwächere Amplitude als die vom Feld des Senders FUO angeregte, da die Ungleichung

$$\phi_{1\text{GBR}} \approx 10^\circ < \phi_{1\text{FUO}} \approx 30^\circ$$

gilt und wegen (46) auch

$$H_{1\text{GBR}} < H_{1\text{FUO}}$$

für die induzierenden Normalfeld-Komponenten geschrieben werden kann. Die GBR-Anomalie hat eine umgekehrte Folge der Kippwinkel-Extremwerte: Das Minimum befindet sich nordwestlich des Leitungskabels, in Marschrichtung gesehen vor diesem, und das Maximum ist hinter dem Kabel geortet worden. Zur Deutung muß der vom Profil und der Normalfeld-Richtung



Abb. 40a Lage des Profils 25 am Großen Sülteberg zwischen Wolfshagen und Langelsheim. Vergrößerter Ausschnitt der Topographischen Karten 1 : 25 000, Blatt 4027, Lutter am Barenberge, und Blatt 4028, Goslar.

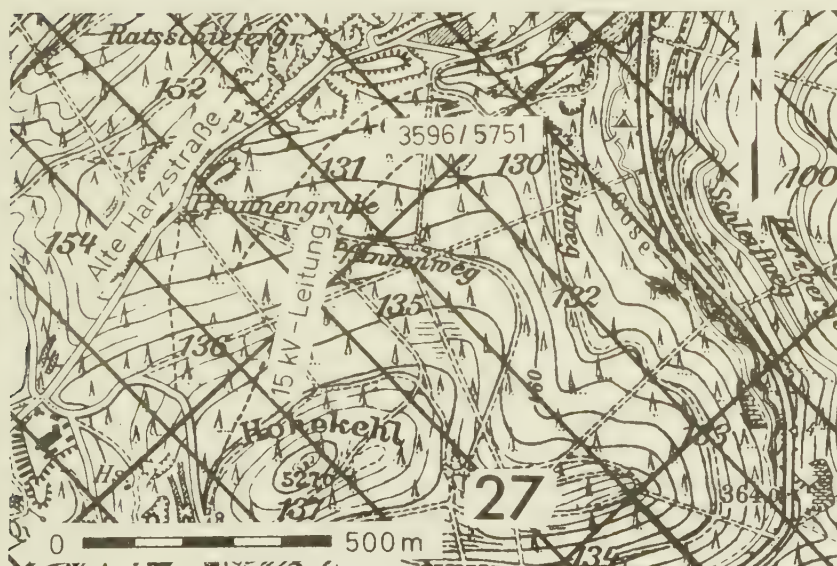


Abb. 41a Lage des Profils 27 zwischen Alter Harzstraße und Hohekehl. Vergrößerter Ausschnitt der Topographischen Karte 1 : 25 000, Blatt 4128, Clausthal-Zellerfeld.

Abb. 40b Ortung des im Boden verlegten Telefon-Kabels
Langelsheim - Wolfshagen der Deutschen Bundespost in der
Forst-Abteilung 59 des Staatsforstes Langelsheim längs
Profil 25. Die Messungen wurden in dem Längstwellenfeld
des Senders FUO (vgl. Tab. 1) durchgeführt.

Sender FU0, 19.01.77

← Meßrichtung →

Profil 25

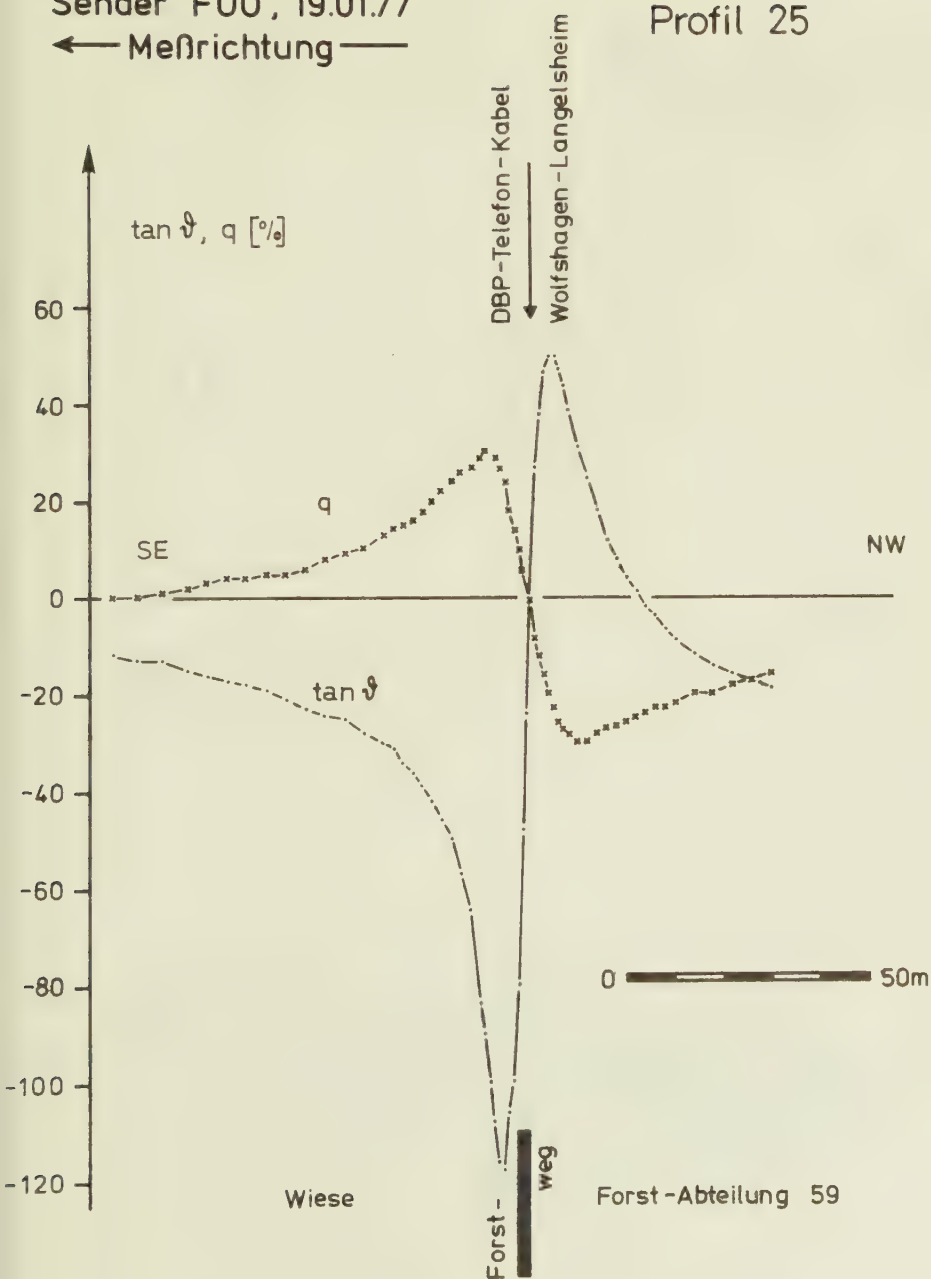


Abb. 40c Ortung des im Boden verlegten Telefon-Kabels
Langelsheim - Wolfshagen der Deutschen Bundespost in der
Forst-Abteilung 59 des Staatsforstes Langelsheim längs
Profil 25. Die Messungen wurden in dem Längstwellenfeld
des Senders GBR (vgl. Tab. 1) durchgeführt.

Profil 25

Sender GBR, 19.01.77

← Meßrichtung —

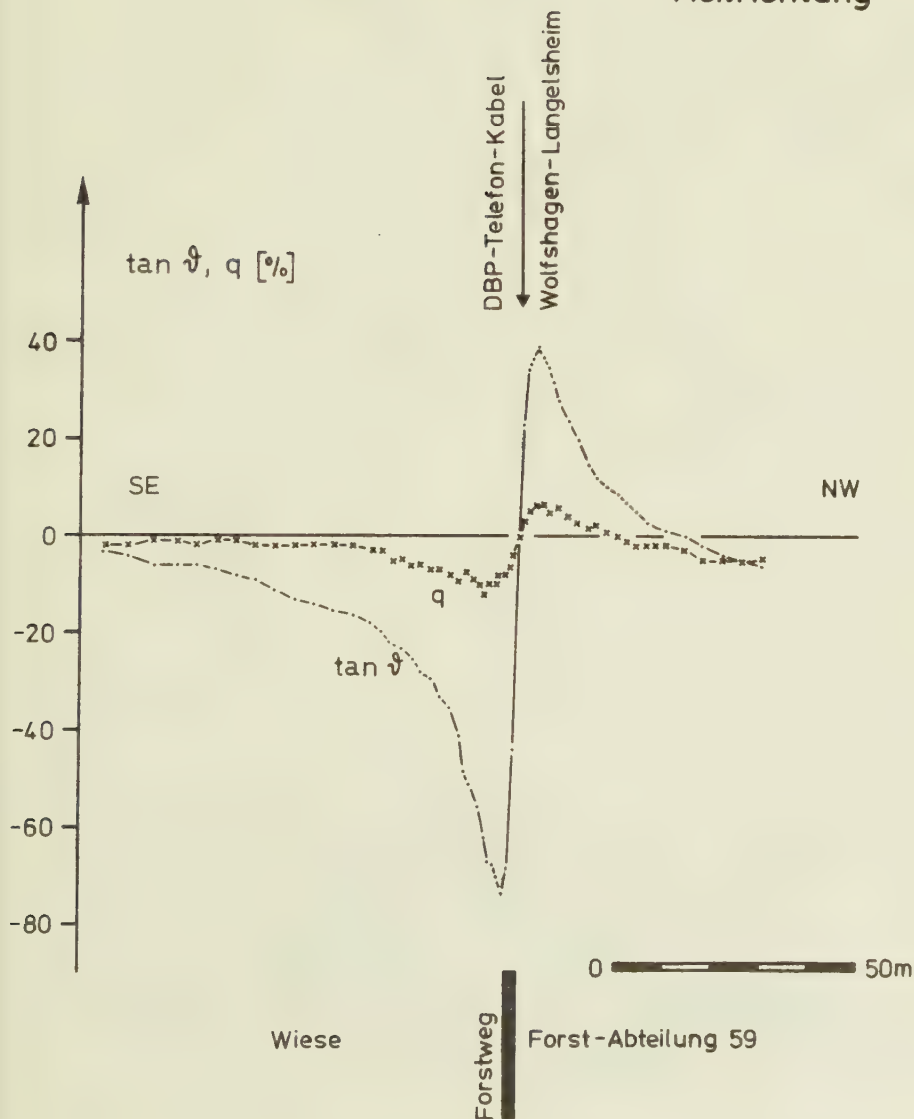


Abb. 41b Unterschiedliche Extremwert-Abfolge einer Anomalie des künstlichen Längstwellenfeldes; auf Profil 27 von NW nach SE zwischen Alter Harzstraße und Hohekehl über einem im Boden verlegten 15 kV-Kabel gemessen.

Wenn man sich von NW dem Kabel nähert, weist die mit dem Feld des Senders FÜO gemessene Anomalie in Meß-, d.h. in y-Richtung die gewöhnliche Maximum-Minimum-Reihenfolge in den Kippwinkel ($\tan \vartheta$)-Ablesungen auf.

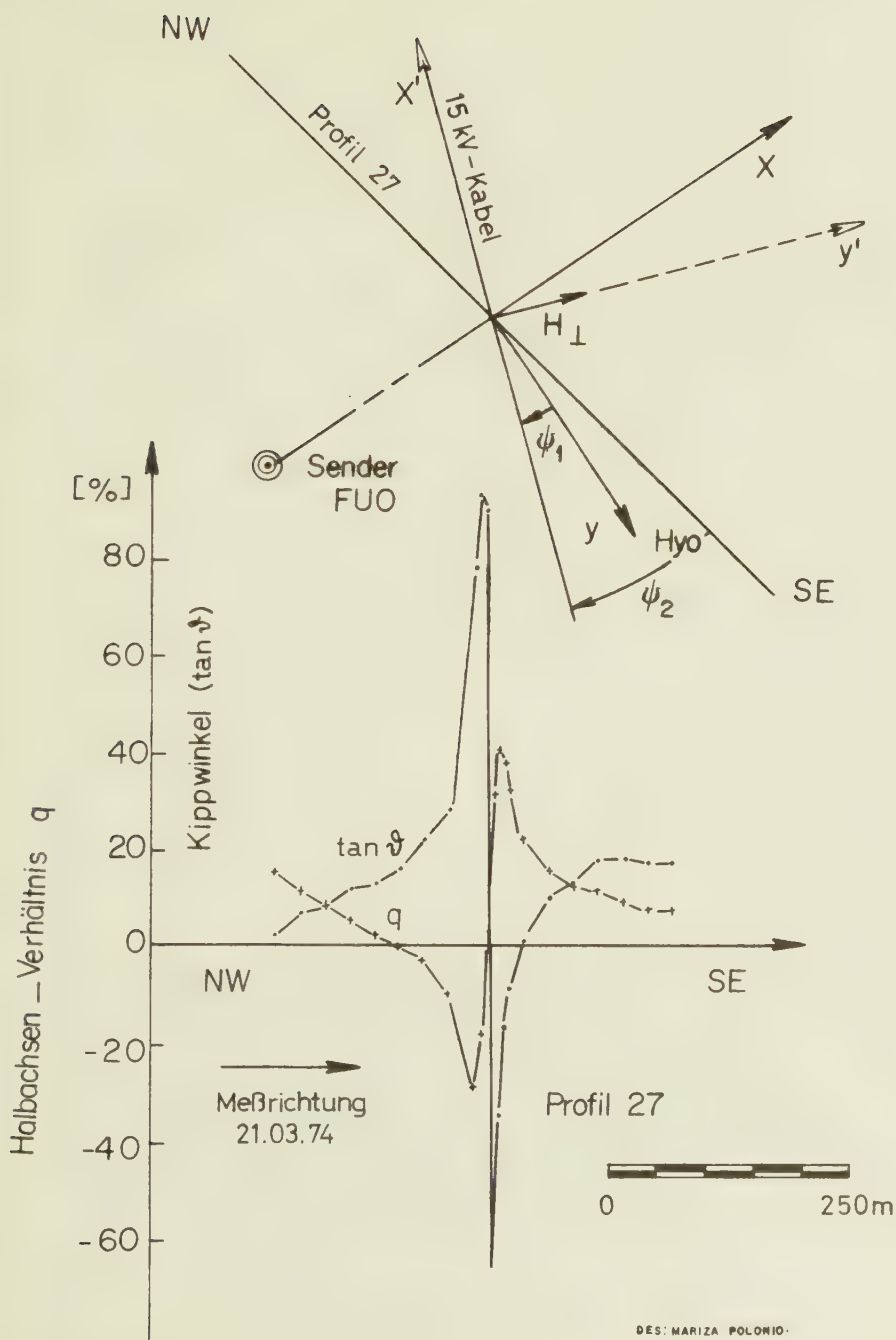
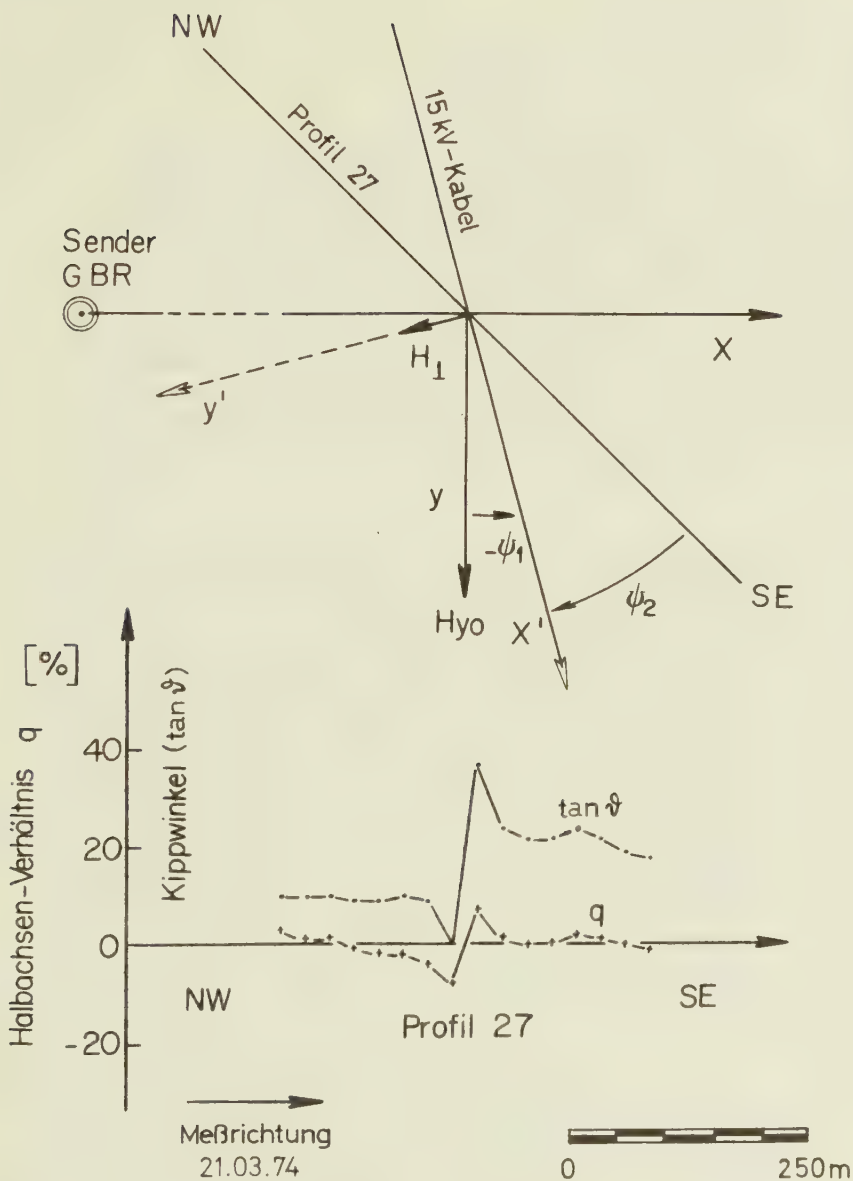


Abb. 41c Unterschiedliche Extremwert-Abfolge einer Anomalie des künstlichen Längswellenfeldes; auf Profil 27 von NW nach SE zwischen Alter Harzstraße und Hohekehl über einem im Boden verlegten 15 kV-Kabel gemessen.

Die im Feld des Senders GBR induzierte Anomalie hat in Meß-, d.h. in y-Richtung eine umgekehrte Reihenfolge der Kippwinkel ($\tan \vartheta$)-Extremwerte, da man von NW kommend das Kabel "rückwärts messend" überquert.



eingeschlossene Winkel, die Differenz ($\phi_2 - \phi_1$) mit dem Winkel ϕ_2 zwischen Profilrichtung und Streichen des elektrisch leitenden Körpers verglichen werden. Gilt

$$(\phi_2 - \phi_1) < \phi_2,$$

resultiert die gewöhnliche Maximum-Minimum-Abfolge einer Anomalie. Diese Bedingung wird im vorliegenden Fall bei Benutzung des Senders FÜO erfüllt (Abb. 41b). Wenn andererseits

$$(\phi_2 - \phi_1) > \phi_2$$

ist (Abb. 41c), muß sich die Extremwert-Reihenfolge umkehren, da man sich "rückwärts messend" auf den elektrisch leitenden Körper zubewegt.

Wie in einem elektromagnetischen Längswellenfeld an den im Boden verlegten Versorgungs- und Kommunikations-einrichtungen anomale Magnet-Wechselfelder induziert werden, so sind ebenso charakteristisch starke Anomalien zu beobachten, wenn das Meßprofil unter Hochspannungs- und Telefon-Leitungen hinwegführt, die oberhalb der Erdoberfläche aufgespannt sind. Die in der Einleitung vorgestellte typische Anomalie (Abb. 1b) ist senkrecht zu einer in durchschnittlich 7 m Höhe gezogenen Telefon-Leitung vermessen worden, die aus einem einzigen Draht bestand.

4.3.2 Kommunale und Fern-Wasser-Leitungen der Harz-Wasserwerke

Da die Boden-Beschaffenheit und Gelände-Gestalt des Harzes eine nennenswerte Speicherung der Niederschläge im Boden nicht gestatten, sind die Harz-Gemeinden gezwungen, ihren Wasser-Bedarf hauptsächlich aus Quellgebieten zu decken. Von dort führen 10-20 cm weite, meist ältere gußeiserne Rohre das Wasser zu den Verbrauchern in den Ansiedlungen. Aus dem 2.5 km südlich Wolfshagen gelegenen Heimbergstal führt eine solche Wasser-Leitung längs des Triftweges (Abb. 42a) nach Wolfshagen. Sie kreuzt das Profil 39.

Das in dem Wasserrohr induzierte anomale Magnet-Wechselfeld ist in Abb. 42b aufgetragen. Für diese Messungen wurde das Feld der Station GBR benutzt. Die Position des Wasserrohres ist durch den zwischen den Extremwerten erfolgenden gemeinsamen Null-Durchgang der Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)-Werte indiziert. Es ist am NW-Rand des 2 m breiten Triftweges vergraben.

Hangaufwärts, 70 m weiter südostwärts, ist die Telefonleitung Herzog-Julius-Hütte - Lautenthal der Deutschen Bundespost verlegt. Auch diese ist wieder Ursache einer intensiven Magnetfeld-Anomalie. Die Abb. 42b zeigt ein-drucksvoll die durch beide Leitungen gebildete auf Profil 39 vermessene Doppel-Anomalie. Real ($\tan \vartheta$)- und Imaginär (q)-Teil des anomalen Magnet-Wechselfeldes haben über beiden Störkörpern entgegengesetzte Polarität.

In der Umgebung von Langelsheim verläuft entlang des nördlichen Harz-Randes die Fern-Wasser-Leitung (FWL) Grane-West zwischen den Meßprofilen 18 und 19 mit einer Richtung von 123° (Abb. 43a). In genügendem Abstand zur Bahnlinie Goslar-Langelsheim wurde senkrecht zur FWL Grane-West ein 130 m langes Meßprofil eingerichtet. Die Fern-Wasser-Leitung ist an dieser Stelle von einer 1,20 m dicken

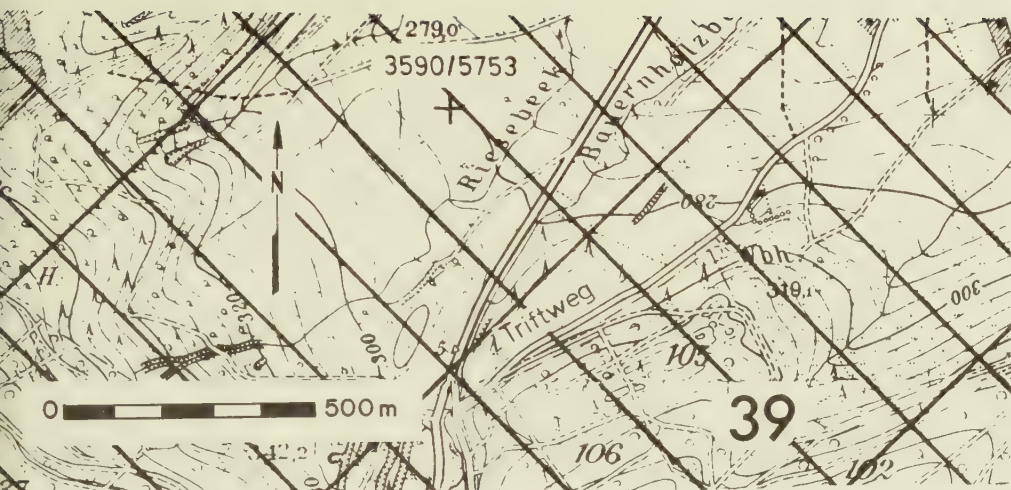


Abb. 42a Lage des Profils 39 südlich Wolfshagen am Triftweg. Vergrößerter Ausschnitt der Topographischen Karte 1 : 25 000, Blatt 4027, Lutter am Barenberge.



Abb. 43a Verlauf der Fern-Wasserleitung (FWL) Grane-West zwischen den Profilen 18 und 19 nördlich des Tod-Berges. Vergrößerter Ausschnitt der Topographischen Karte 1: 25 000, Blatt 4028, Goslar.

Abb. 42b Ortung des im Boden verlegten Telefon-Kabels
Herzog-Julius-Hütte - Lautenthal der Deutschen Bundespost
und der Wasserleitung Heimbergstal - Wolfshagen in der
Forst-Abteilung 105 des Klosterforstes Goslar längs Pro-
fil 39.

Sender GBR, 16.01.77

← Meßrichtung —

Profil 39

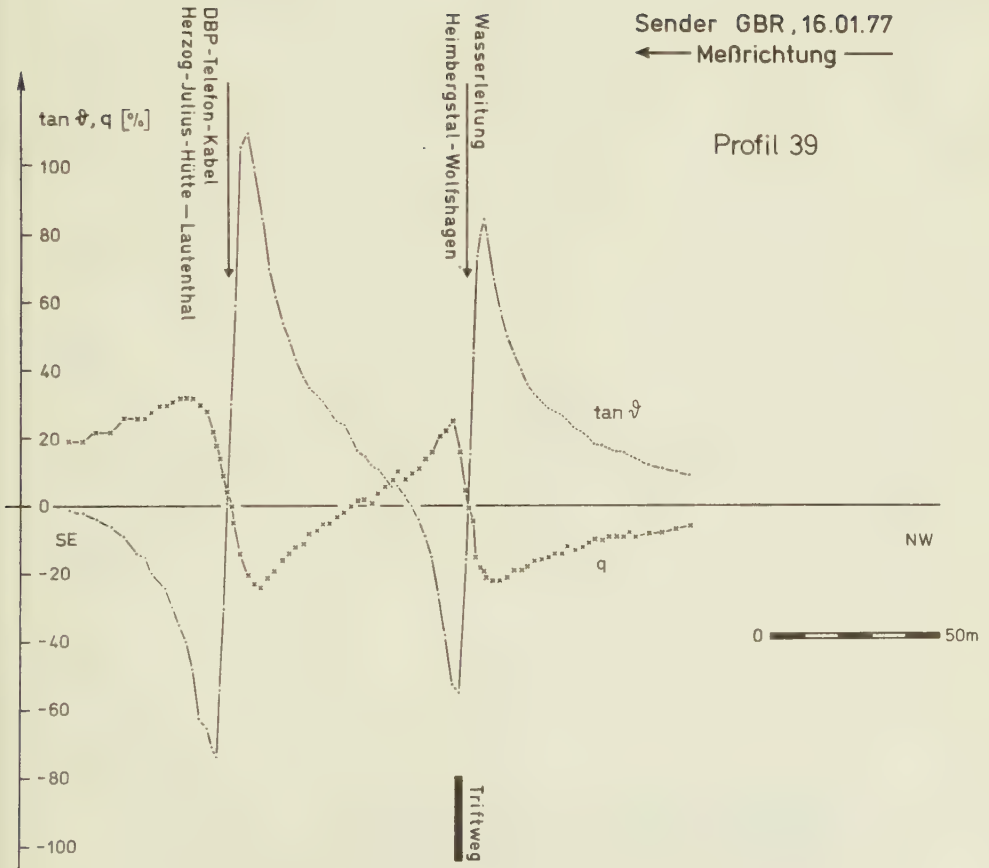


Abb. 43b Ortung des Stahlrohres der Fern-Wasserleitung
Grane-West am Nord-Hang des Tod-Berges.

Die Anomalie wurde im Längstwellenfeld des Senders GBR
gemessen.

Profil 18/19

Sender GBR, 19.01.77

← Meßrichtung →

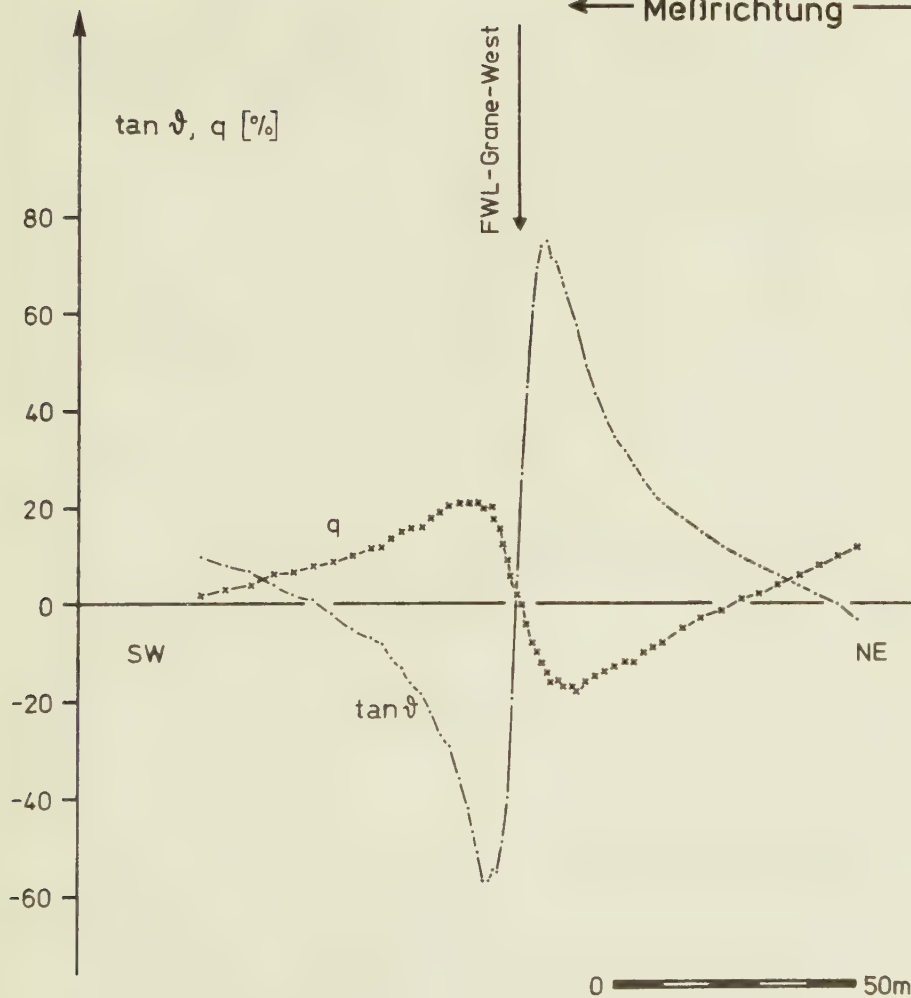


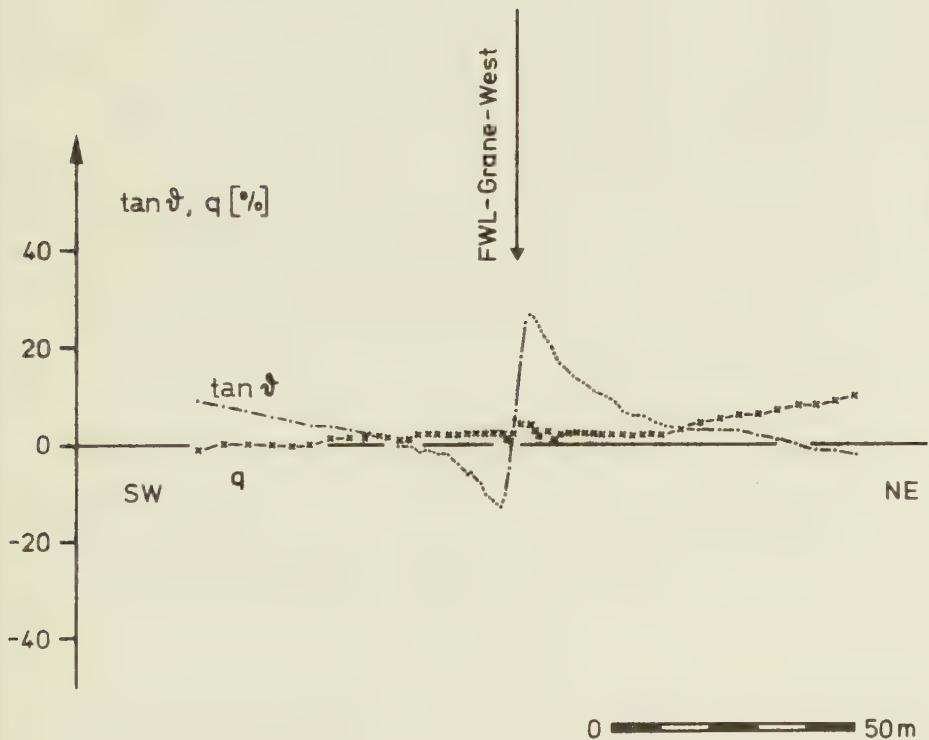
Abb. 43c Ortung des Stahlrohres der Fern-Wasserleitung
Grane-West am Nord-Hang des Tod-Berges.

Die Anomalie wurde im Längswellenfeld des Senders FÜO
gemessen.

Sender FU0 , 19.01.77

Profil 18/19

← Meßrichtung →



Erdschicht bedeckt, das Stahlrohr hat einen Durchmesser von 1 m bei einer Wandungsdicke von 8.8 mm. Die Messungen wurden in einem Abstand von 0.5 - 5 m mit den Feldern der Sender FÜO und GBR ausgeführt. Die Meßergebnisse sind aus den Abb. 43b und 43c ersichtlich. Die Anomalien unterscheiden sich in ihrer Intensität erheblich, was auf die zwischen magnetischem Normal-Wechselfeld und leitfähiger Einlagerung veränderte elektromagnetische Kopplung zurückzuführen ist. Das magnetische Normal-Wechselfeld des Senders FÜO trifft unter einem spitzen Winkel von ca. 15° auf das Rohr der Fern-Wasser-Leitung, so daß es nur noch mit knapp 30 % seiner Gesamt-Feldstärke in dem Stahlrohr ein sekundäres elektromagnetisches Feld induzieren kann. Dagegen bilden der magnetische Feldvektor der Station GBR und die Fern-Wasser-Leitung nicht ganz einen Winkel von 80° . Folglich wird nahezu die gesamte Feldstärke bei der Induktion wirksam, was sich in der hohen Intensität der Anomalie in Real- und Imaginär-Teil ausdrückt.

Berechnet man nach Gleichung (51a) den $\arcsin$ des Gesamt-Amplituden-Verhältnisses beider Anomalien, so erhält man den Winkel

$$\psi_1 = \arcsin \left(\frac{(\tan \vartheta_{\max} - \tan \vartheta_{\min})_{\text{FÜO}}}{(\tan \vartheta_{\max} - \tan \vartheta_{\min})_{\text{GBR}}} \right)$$

$$\psi_1 = \arcsin \left(\frac{40}{133} \right) = 17.5^{\circ},$$

den Auftreffwinkel des magnetischen Normalfeld-Vektors FÜO auf das Leitungsrohr. In den Halbachsen-Verhältnis-Ablesungen q der Messungen mit dem Normal-Wechselfeld FÜO ist die Anomalie nur noch mit Mühe zu erkennen; die Differenz der Extremwerte beträgt lediglich 3 %. Übereinstimmend in beiden Meßreihen wird aber die Position des Wasser-Rohres durch den Null-Durchgang der Kippwinkel ($\tan \vartheta$)-Kurven zwischen deren Extremwerten angezeigt.

4.3.3 Fern-Gasleitung der Ruhrgas A.G.

Auf dem unbebauten Grundstück, das dem Dienstgebäude der Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe in Hannover-Buchholz gegenüberliegt, verläuft in WE-Richtung die Fern-Gasleitung der Ruhrgas A.G. nach Salzgitter. Das Erdgas wird durch ein Stahlrohr von 40 cm Durchmesser und der Wandungsdicke 1 cm geführt. Die Leitung ist bereits 1940 verlegt worden und in 1 - 1.2 m Tiefe in den Erdboden eingelassen. Die Abb. 44 zeigt zwei 160 m lange Profile, die über die Gasleitung hinwegführen. Der Winkel ψ_2 , unter dem die Profil-Linien die Gasleitung kreuzen, ist verschieden (45° , 90°). Als anregendes Normal-Wechselfeld wurde das der Station GBZ (vgl. Tab. 1) gewählt. Es trifft unter rechtem Winkel auf das Stahlrohr der Leitung. Das auf beiden Profil-Linien nach Real ($\tan \vartheta$)- und Imaginär (q)-Teil gemessene induzierte Magnet-Wechselfeld liefert eine in beiden Meßkomponenten gegenläufige Anomalie. Der Ort des Null-Durchganges beider Meßgrößen gibt die Position der Rohrmitte an. Wenn die Profil-Linie mit dem Streichen des leitfähigen Mediums einen von 90° abweichenden Winkel einschließt, ist eine Vergrößerung des Extremwert-Abstandes Δy der Anomalie zu erwarten (s. Abschn. 2.3.5.3). Den in Abb. 44 dargestellten Messungen entnimmt man

$$\Delta y (\psi_2 = 90^\circ) = 8 \text{ m}$$

$$\Delta y (\psi_2 = 45^\circ) = 11.5 \text{ m}$$

Wird der Quotient

$$\frac{\Delta y (\psi_2 = 90^\circ)}{\Delta y (\psi_2 = 45^\circ)} = \sin \psi_2 = \frac{8}{11.5} = 0.7$$

gebildet, so erhält man

Abb. 44 Ortung des Stahlrohres der Fern-Gasleitung
Stadthagen - Salzgitter der Ruhrgas A.G. in Hannover-
Buchholz (Buchholzer Straße/Pappelwiese).

Abhängigkeit des Extremwert-Abstandes Δy der Anomalie
vom Winkel ψ_2 zwischen Profillinie und Streichen des
Rohres. Besteht ein Winkel $\psi_2 < 90^\circ$, so vergrößert
sich der Extremwert-Abstand nach der Beziehung

$$\Delta y = \Delta y(\psi_2=90^\circ) / \sin \psi_2.$$

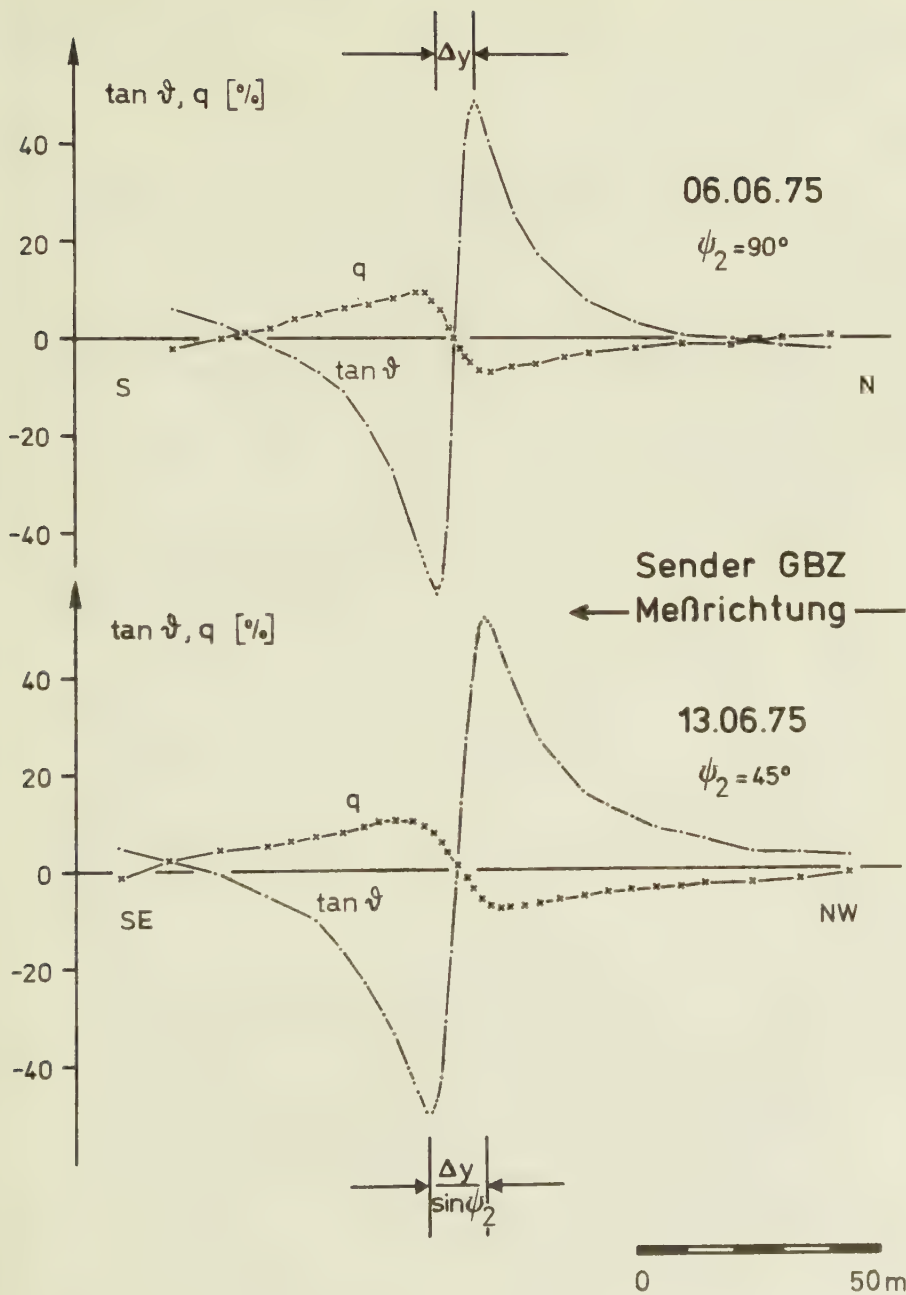
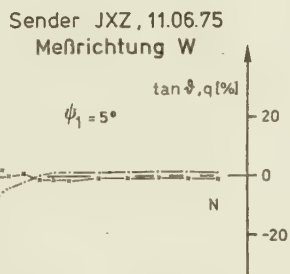
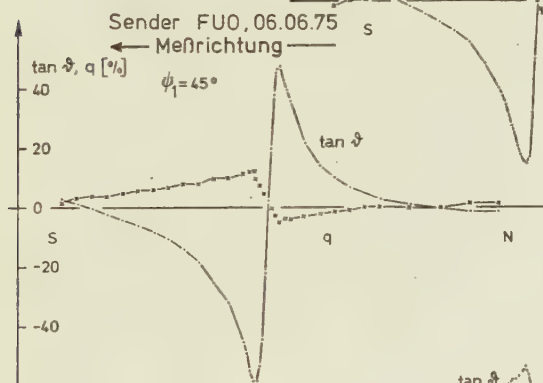
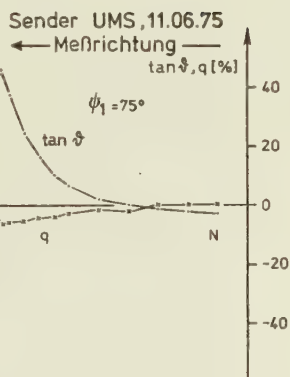
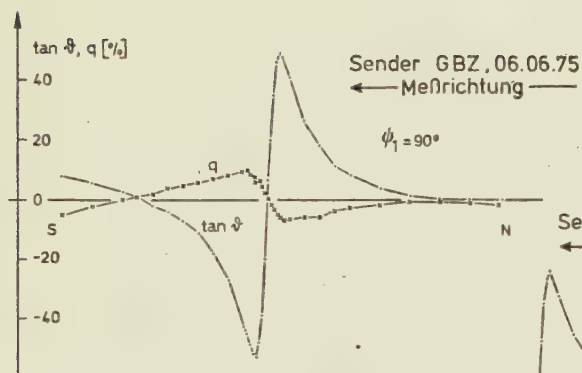


Abb. 45 Ortung des Stahlrohres der Fern-Gasleitung
Stadthagen - Salzgitter der Ruhrgas A.G. in Hannover-
Buchholz (Buchholzer Straße/Pappelwiese).

Abhängigkeit der Induktion vom Winkel ϕ_1 zwischen der
Richtung des magnetischen Normal-Wechselfeldes und der
Streichrichtung des Rohres. Die Profillinie verläuft
senkrecht zu dem georteten Stahlrohr.



0 ————— 50m

$$\Delta y = \frac{\Delta y (\psi_2 = 90^\circ)}{\sin \psi_2}$$

$$\psi_2 = \arcsin 0.7 = 45^\circ,$$

womit die in Abschn. 2.3.5.3 angeführte Beziehung durch Gelände-Messungen überprüft ist.

Das in rechtem Winkel über die Erdgas-Leitung führende Profil wurde noch für weitere Untersuchungen benutzt. Indem die magnetischen Normal-Wechselfelder von vier in Großbritannien (GBZ), Norwegen (JXZ), der Sowjet-Union (UMS) und Frankreich (FUO) errichteter Stationen ausgesucht wurden, nahm der Winkel ψ_1 , gebildet von der Normalfeld-Richtung und dem Streichen des Rohres, vier verschiedene, zwischen 0° und 90° gelegene Werte an. So konnte der Einfluß des Winkels ψ_1 auf die Amplitude des induzierten anomalen Magnet-Wechselfeldes studiert werden. Die Abb. 45 enthält die vier Meßprofile mit ψ_1 -Werten von 90° , 75° , 45° und 5° . Aus diesen Messungen ist zu ersehen, daß die Amplituden-Abnahme sich erst ernsthaft auszuwirken beginnt, wenn der Winkel ψ_1 kleiner als 45° wird. Die in Abb. 43c aufgetragene FUO-Anomalie über die Fern-Wasser-Leitung diene als ergänzendes Beispiel für $\psi_1 \approx 15^\circ$.

4.3.4 Der Gelenbeeker Stollen der Rammelsberger Grube

Bei der Auswertung der am Nordhang des Rammelsberges vermessenen Profile 4 und 5 (Abb. 32 und 33) waren ca. 100 m NW der Bruch-Chaussee besonders im Verlauf der Halbachsen-Verhältnis (q)-Kurven unschwer erkennbare Anomalien aufgefallen. Diese Anomalien sind auch auf den weiter westlich eingerichteten Profilen 1 und 2 (s. Abb. 31) wiederzufinden. In den Abb. 46 und 47 sind die unbearbeiteten Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)-Daten aufgetragen. Die Messungen waren in konstantem Punkt-Abstand von 12.5 m ausgeführt worden, wobei das magnetische Normal-Wechselfeld der französischen Station FÜO als Primärfeld benutzt wurde. Da auch diese Messungen von dem nach SE immer steiler ansteigenden Gelände beeinträchtigt sind, wurden unter Zuhilfenahme der Topographischen Karte 1:25 000, Blatt Nr. 4128, die durch die Geländeform bedingten Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})-Werte berechnet und den Abb. 46 und 47 hinzugefügt. Die Kurven der reduzierten Werte $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ sind diesen Abbildungen ebenfalls zu entnehmen. Auf Profil 1 erkennt man hart NW der Bruch-Chaussee eine in beiden Meßgrößen gleich starke Anomalie, deren Gesamt-Amplitude knapp 20 % beträgt. Ihre $\Delta \vartheta$ - und Δq -Kurven haben eine entgegengesetzte Abfolge der Maximum- und Minimum-Werte. Die Bearbeitung des Profils 2 ergibt eine nach Verlauf und Intensität fast identische Anomalie 60 m NW der Bruch-Chaussee.

Der Kurvenverlauf beider Anomalien läßt nicht auf ein oberflächendicht verlegtes Kabel oder Rohr schließen, wie man durch Vergleich mit den Meßkurven des vorangegangenen Abschnittes feststellt. Die Formel (57) zur Tiefenbestimmung der Oberkante einer dünnen, gut leitfähigen Platte ergab auf beiden Profilen eine Tiefe des Störkörpers von 35 m. Erst die Unterlagen über den Grubenbetrieb klärten, welcher Art dieser Störkörper ist: An den durch die Null-

Abb. 46 Ortung des Gelenbecker Stollens der Grube Rammelsberg bei Goslar am Harz längs Profil 1.

Oben: Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)-Werte, die im Längstwellenfeld des Senders FÜO (vgl. Tab. 1) gemessen wurden und durch die Neigung des Rammelsberg-Nordhanges erheblich beeinflusst sind, sowie errechnete, ausschließlich durch die Geländeform verursachte Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})-Werte.

Unten: In den Kurven der weitgehend vom Einfluß der Geländeneigung entstörten Differenzen-Werte $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ ist die fast modellmäßige Anomalie des Gelenbecker Stollens unschwer zu erkennen.

Rammelsberg-Profil 1

Sender FÜO, 18.09.74

← Meßrichtung →

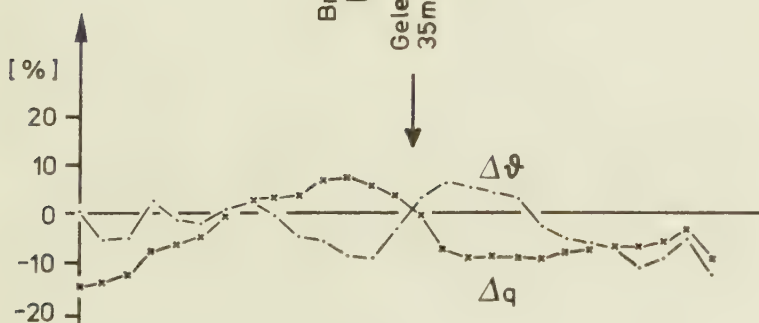


SE

NW

Bruchhaussee

Gelenbecker Stollen,
35m unter Gelände-
Oberkante

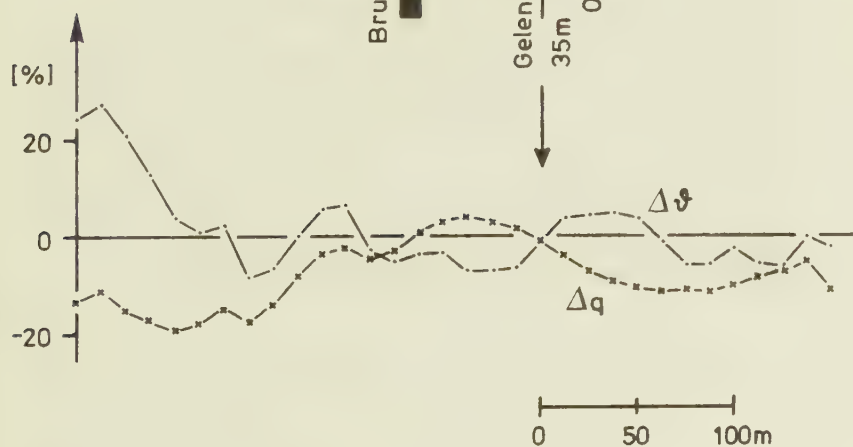
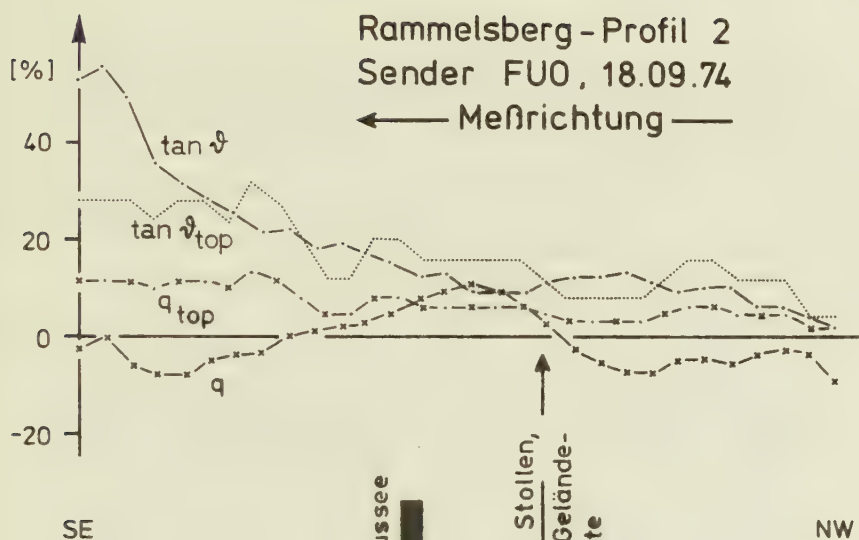


0 50 100m

Abb. 47 Ortung des Gelenbecker Stollens der Grube Rammelsberg bei Goslar am Harz längs Profil 2.

Oben: Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)-Werte, die im Längstwellenfeld des Senders FÜO (vgl. Tab. 1) gemessen wurden und durch die Neigung des Rammelsberg-Nordhanges erheblich beeinflusst sind, sowie errechnete, ausschließlich durch die Geländeform verursachte Kippwinkel ($\tan \vartheta_{\text{top}}$)- und Halbachsen-Verhältnis (q_{top})-Werte.

Unten: In den Kurven der weitgehend vom Einfluß der Geländeneigung entstörten Differenzen-Werte $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ ist die fast modellmäßige Anomalie des Gelenbecker Stollens unschwer zu erkennen.



Durchgänge markierten Stellen verläuft nahezu senkrecht zu den Profil-Linien 1, 2, 4 und 5 der Gelenbecker Stollen (323 m NN). Er dient dem Abtransport der Armerze bzw. der Konzentrate aus der Reicherz-Anlage am Rammelsberg nach Oker. Im Untersuchungsgebiet folgt der Stollen-Verlauf der 360 m-Isohypse, so daß das Stollen-Deckgebirge eine Mächtigkeit von ca. 37 m besitzt. Diese Tiefen-Angabe steht in guter Übereinstimmung mit der geophysikalisch ermittelten von 35 m.

Aus diesem Ergebnis sollte aber nicht verallgemeinernd geschlossen werden, daß die Ortung von Stollen und größeren Hohlräumen im Gebirge durch die Methode der Induktion mittels künstlicher elektromagnetischer Längswellen immer gelingt. Durch den Gelenbecker Stollen ist eine elektrische Grubenbahn gelegt. Der Fahrdraht dürfte die induzierten Wechselströme geleitet und das zugehörige anomale Magnetfeld abgestrahlt haben, das an der Erdoberfläche gemessen wurde.

Es sei aber angemerkt, daß ein Stollen-Hohlraum in einem leitfähigen Gebirge einen Einschluß mit sehr hohem spezifischen elektrischen Widerstand bildet. Da der Widerstands-kontrast zwischen Deckgebirge und Hohlraum groß ist, kann sich ein durch primäre Längswellen erzeugtes sekundäres Magnet-Wechselfeld ausbilden, das an der Erdoberfläche zu empfangen ist, solange es nicht innerhalb des hangenden Deckgebirges vollständig gedämpft wird. Eine entsprechende Modell-Rechnung von MADDEN & VOZOFF (1971, Fall 083) unterstützt diesen Gedanken.

5. Anhang

5.1 Berechnung des Ellipsen-Neigungswinkels (Kippwinkel), den die große Halbachse mit der Abszisse einschließt

Die Ellipsen-Gleichung (39) ist von der Form

$$(A1) \quad L y^2 + 2 M yz + N z^2 = 1 ,$$

wobei

$$L = \frac{1}{Y^2 \sin^2 \delta} ; \quad M = \frac{1}{YZ \sin^2 \delta} ; \quad N = \frac{1}{Z^2 \sin^2 \delta}$$

sind. Die Gleichung (A1) stellt die Ellipse mit dem Mittelpunkt im Ursprung des y-z-Koordinaten-Systems und beliebiger Hauptachsen-Richtung dar.

Mit dem Ziel, den Neigungswinkel ϑ zu ermitteln, werde ein neues, geschlängelt gekennzeichnetes Koordinaten-System, das um die Achsen des bisher verwendeten Koordinaten-Systems gerade um den gesuchten Winkel ϑ gedreht ist, mit

$$(A2) \quad \begin{aligned} y &= \tilde{y} \cos \vartheta - \tilde{z} \sin \vartheta \\ z &= \tilde{y} \sin \vartheta + \tilde{z} \cos \vartheta \end{aligned}$$

eingeführt. Substituiert man (A2) in (A1), so gelangt man zu

$$(A3) \quad \begin{aligned} &\tilde{y}^2 (L \cos^2 \vartheta + N \sin^2 \vartheta + 2M \sin \vartheta \cos \vartheta) \\ &+ \tilde{z}^2 (N \cos^2 \vartheta + L \sin^2 \vartheta - 2M \sin \vartheta \cos \vartheta) \\ &+ 2 \tilde{y} \tilde{z} ((N - L) \sin \vartheta \cos \vartheta + M (\cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta)) = 1 \end{aligned}$$

Da man im neuen Koordinaten-System eine Ellipsen-Gleichung der Form (A1) zu erwarten hat, muß in (A3) der Summand

$$(A4) \quad 2 \tilde{y} \tilde{z} ((N - L) \sin \vartheta \cos \vartheta + M (\cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta)) = 0$$

gesetzt werden. Gleichung (A4) liefert die gesuchte Beziehung für den Kippwinkel. Man gewinnt unter Benutzung bekannter Umwandlungsformeln der Trigonometrie

$$\frac{1}{2} (N - L) \sin 2\vartheta + M \cos 2\vartheta = 0$$

$$(A5) \quad \tan 2\vartheta = - \frac{2M}{N-L}$$

Werden die Größen L, M und N in Gleichung (A5) ausgeschrieben, folgt

$$(A6) \quad \tan 2\vartheta = \frac{\frac{1}{\sin^2 \delta} \cdot \frac{2 \cos \delta}{YZ}}{\frac{1}{\sin^2 \delta} \cdot \frac{Y^2 - Z^2}{Y^2 Z^2}} = \frac{2 YZ \cos \delta}{Y^2 - Z^2}$$

Mittels (A6) kann der doppelte Kippwinkel berechnet werden. Zu einer Gleichung, mit der sich der einfache Kippwinkel bestimmen läßt, gelangt man, indem unter Anwendung der trigonometrischen Formel

$$\tan 2\vartheta = \frac{2 \tan \vartheta}{1 - \tan^2 \vartheta}$$

die in $(\tan \vartheta)$ quadratische Gleichung

$$YZ \cos \delta \cdot \tan^2 \vartheta + (Y^2 - Z^2) \tan \vartheta - YZ \cos \delta = 0$$

formuliert wird, die die Lösung

$$\tan \vartheta = - \frac{Y^2 - Z^2}{2 YZ \cos \delta} \pm \frac{Y^2 - Z^2}{2 YZ \cos \delta} \left(1 + \frac{4 Y^2 Z^2 \cos^2 \delta}{(Y^2 - Z^2)^2} \right)^{1/2}$$

besitzt. In der Folge sei nur das positive Vorzeichen des Wurzel-Ausdruckes beachtet, d.h. es soll der von der Abszisse (y-Achse) und einer der Hauptachsen eingeschlossene Winkel berechnet werden. Hierzu entwickelt man die Wurzel vorteilhaft in eine Potenz-Reihe.

$$\tan \vartheta = - \frac{Y^2 - Z^2}{2 YZ \cos \delta} + \frac{Y^2 - Z^2}{2 YZ \cos \delta} \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4 Y^2 Z^2 \cos^2 \delta}{(Y^2 - Z^2)^2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{16 Y^4 Z^4 \cos^4 \delta}{(Y^2 - Z^2)^4} + \frac{3}{48} \cdot \frac{64 Y^6 Z^6 \cos^6 \delta}{(Y^2 - Z^2)^6} - \dots \right)$$

Schließlich wird

$$(A7) \quad \tan \vartheta = \frac{YZ \cos \delta}{Y^2 - Z^2} - \frac{Y^3 Z^3 \cos^3 \delta}{(Y^2 - Z^2)^3} + 2 \frac{Y^5 Z^5 \cos^5 \delta}{(Y^2 - Z^2)^5} - \dots$$

5.2 Berechnung des Halbachsen-Verhältnisses der Polarisationsellipse

Das Halbachsen-Verhältnis der Polarisationsellipse läßt sich über den Weg der Längen-Bestimmung von großer und kleiner Halbachse ermitteln (HEILAND, 1963). Zu diesem Zweck wird die Gleichung (A3) in die Normalform der Ellipse überführt, indem die Koeffizienten von $\tilde{y}^2$ und $\tilde{z}^2$ gleich P bzw. Q gesetzt werden, also mit

$$(A8) \quad \begin{aligned} P &= L \cos^2 \vartheta + N \sin^2 \vartheta + 2 M \sin \vartheta \cos \vartheta \\ Q &= N \cos^2 \vartheta + L \sin^2 \vartheta - 2 M \sin \vartheta \cos \vartheta \end{aligned}$$

die Gleichung

$$(A9) \quad P y^2 + Q z^2 = 1$$

im gedrehten Koordinaten-System gilt.

Die Differenz

$$D = P - Q = (L - N) \cos 2\vartheta + 2 M \sin 2\vartheta$$

kann gebildet werden, wenn die trigonometrischen Funktionen $\cos 2\vartheta$ bzw. $\sin 2\vartheta$ mittels (A5) aus

$$(L - N)(1 - \cos^2 2\vartheta)^{1/2} = 2 M \cos 2\vartheta$$

bzw.

$$(L - N) \sin 2\vartheta = 2 M (1 - \sin^2 2\vartheta)^{1/2}$$

bestimmt werden. Es sind

$$\sin 2\vartheta = 2 M (4 M^2 + (L - N)^2)^{-1/2}$$

und

$$\cos 2\vartheta = (N - L)(4 M^2 + (L - N)^2)^{-1/2},$$

so daß

$$D = P - Q = (4 M^2 + (L - N)^2)^{-1/2}$$

wird. Aus den Gleichungen (A8) folgt für die Summe der Koeffizienten P und Q

$$P + Q = L + N.$$

Aus $P = \frac{1}{2} (L + N + D)$ und $Q = \frac{1}{2} (L + N - D)$ lassen sich diese Koeffizienten jetzt einzeln berechnen. Durch Vergleich der Ellipsen-Normalform mit Gleichung (A9) erkennt man, daß die Quadrate der Ellipsen-Halbachsen in Richtung der y- bzw. der z-Achse

$$a^2 = \frac{1}{P} \quad \text{und} \quad b^2 = \frac{1}{Q}$$

sein müssen. Es ergeben sich

$$(A10) \quad a^2 = \frac{2}{L + N - (4 M^2 + (L - N)^2)^{1/2}}$$

$$b^2 = \frac{2}{L + N + (4 M^2 + (L - N)^2)^{1/2}}$$

Substituiert man in den Ausdrücken (A10) die Werte für die Größen L, M und N, folgt für das einzelne Halbachsen-Quadrat

$$(A11) \quad a^2, b^2 = \frac{2 Y^2 Z^2 \sin^2 \delta}{Z^2 + Y^2 \pm (4 Y^2 Z^2 \cos^2 \delta + (Z^2 - Y^2)^2)^{1/2}}$$

Aus dem Vorzeichen des Wurzel-Ausdruckes geht hervor, welche die größere bzw. die kleinere Halbachse ist.

Wird die Summe $(a^2 + b^2)$ der Halbachsen-Quadrate gebildet, so stößt man auf eine wichtige Eigenschaft elliptischer Schwingungen:

$$a^2 + b^2 = \frac{2(L+N+(4M^2+(L-N)^2)^{1/2}) + 2(L+N-(4M^2+(L-N)^2)^{1/2}}{(L+N)^2 - (4M^2+(L-N)^2)}$$

$$(A12) \quad a^2 + b^2 = \frac{L + N}{LN - M^2} = \frac{(Z^2 + Y^2) \sin^2 \delta}{1 - \cos^2 \delta} = Y^2 + Z^2$$

Gleichung (A12) drückt aus, daß die Größe $(Y^2 + Z^2)$ für eine bestimmte elliptische Schwingung konstant und damit gegen Koordinaten-Transformation invariant ist. Ferner sind

$$a^2 - b^2 = \frac{(4M^2 + (L-N)^2)^{1/2}}{LN - M^2} = (4Y^2 Z^2 \cos^2 \delta + (Z^2 - Y^2)^2)^{1/2}$$

$$a^2 b^2 = \frac{4}{LN - M^2} = 4 Y^2 Z^2 \sin^2 \delta$$

Aus den Gleichungen (A11) kann man bereits qualitativ erkennen, daß das Verhältnis b/a der kleinen zur großen Ellipsen-Halbachse mit wachsender Phase δ ebenfalls zunimmt.

$$(A13) \quad q^2 = \frac{b^2}{a^2} = \frac{Z^2 + Y^2 - (4Y^2 Z^2 \cos^2 \delta + (Z^2 - Y^2)^2)^{1/2}}{Z^2 + Y^2 + (4Y^2 Z^2 \cos^2 \delta + (Z^2 - Y^2)^2)^{1/2}}$$

Die Beziehung (A13) läßt sich am besten weiterbehandeln, wenn der Wurzel-Ausdruck wieder in eine Potenz-Reihe entwickelt wird (s. z.B. BRONSTEIN-SEMENDJAJEW, 1965, S.278 f):

$$(Z^2 - Y^2)(1 + \frac{4Y^2 Z^2 \cos^2 \delta}{(Z^2 - Y^2)^2})^{1/2} = (Z^2 - Y^2)(1 + \frac{1}{2} \frac{4Y^2 Z^2 \cos^2 \delta}{(Z^2 - Y^2)^2} + \dots)$$

Substituieren in (A13) führt zu

$$(A14) \quad q^2 \approx \frac{Z^2 + \frac{Y^2 Z^2 \cos^2 \delta}{Z^2 - Y^2}}{Y^2 - \frac{Y^2 Z^2 \cos^2 \delta}{Z^2 - Y^2}} = \frac{Z^2 - \frac{Y^2 Z^2 \cos^2 \delta}{Y^2 - Z^2}}{Y^2 + \frac{Y^2 Z^2 \cos^2 \delta}{Y^2 - Z^2}}$$

Zusammenfassung

Die vorgelegte Arbeit befaßt sich mit den in elektrisch leitfähigen Gesteinskörpern durch künstliche elektromagnetische Wellen aus dem Längstwellen-Bereich (15 - 25 kHz) hervorgerufenen induzierten Feldern und der Anwendung dieses Induktionsvorganges in der Prospektionsgeophysik. Das erste Problem, das sich stellte, lautete, den Zusammenhang zwischen dem vorherrschenden physikalischen Effekt - der Induktion in räumlich ausgedehnten, elektrisch leitenden Medien - und den Meßgrößen - einer Winkel- und Phasen-Ablesung - zu klären. Die zweite Aufgabe bestand darin, das elektromagnetische Interferenzfeld an einem Hang ausführlich zu studieren, da aus allen in bergigem Gelände ausgeführten Messungen ersichtlich ist, daß die Meßgrößen vom Geländere relief beeinflußt werden, was sich bei der Interpretation der Messungen nachteilig auswirkt. Die verschiedenen Einsatz- und Aussagemöglichkeiten der diskutierten Prospektionsmethode werden an mehreren Meßbeispielen aus Niedersachsen und Brasilien im letzten Teil der vorgelegten Arbeit untersucht.

Einleitend wird das Meßverfahren vorgestellt sowie die für alle elektromagnetischen Prospektionsmethoden wichtige Kop-pel-Funktion (response function) genannt, die das Amplituden- und Phasen-Verhalten der Induktionsströme in elektrisch leitenden Medien anhand des Induktionsparameters darstellt.

Aus einer anschließenden kurzen Beschreibung des Strahlungsfeldes eines Hertz'schen Dipols ergibt sich, daß die Prospektionsmessungen stets im linear polarisierten, ebenen Dipol-Fernfeld durchgeführt werden. Nach der Erörterung der verschiedenen Ausbreitungswege und der Feldstärkenabnahme der Längstwellen im Dipol-Fernfeld werden ausgehend von den Maxwell-Gleichungen die wichtigsten Beziehungen für das Dipol-Fernfeld gegeben und die darin vorkommenden Größen, wie die komplexwertige Fortpflanzungskonstante (Wellenzahl),

komplexe Dielektrizitätskonstante, Feldwellenwiderstand und Eindringtiefe erklärt. Dispersion, Phase und Eindringtiefe des linear polarisierten, horizontalen magnetischen Primärfeldes, des Normal-Wechselfeldes H_{yo} , im elektrisch homogenen Halbraum werden als Funktion des spezifischen elektrischen Widerstandes beschrieben. Demzufolge wird das diskutierte Meßverfahren vorteilhaft eingesetzt, wenn

- gutleitende ($\rho < 30 \Omega m$) Oberflächen-Deckschichten nicht mächtiger als 10 m sind und
- die Prospektion sich auf geologische Stockwerke erstreckt, die nicht tiefer als 150 m sind.

Bei Existenz gutleitender z.B. seiger stehender Einlagerungen im elektrisch homogenen Halbraum ist die Induktion eines anomalen Magnetfeldes $\vec{H}_2$ davon abhängig, wie der Störkörper zum Vektor des magnetischen Normal-Wechselfeldes orientiert ist. Optimale elektromagnetische Kopplung liegt vor, wenn das magnetische Normalfeld senkrecht zum Streichen und das E-Feld im Streichen des gutleitenden Gesteinskörpers schwingen (E-polarisierende Orientierung). Die Phase des anomalen Magnetfeldes gegenüber dem Normal-Wechselfeld wird in bezug auf Leitvermögen und Tiefenlage des elektrischen Störkörpers untersucht. Auf dem Weg zur Erdoberfläche schwächt sich die Amplitude des anomalen Magnetfeldes ab. Seine dort noch meßbare Intensität ist ausschlaggebend für die Erkundungstiefe des Verfahrens. Das aus magnetischem Normal-Wechselfeld und anomalem Magnetfeld an einem Ortspunkt bestehende Überlagerungsfeld ist elliptisch polarisiert, wie mit der Theorie über die Zusammensetzung von Schwingungen gezeigt wird. Die Gestalt der Polarisationsellipse wird von ihrem Neigungswinkel ϑ (Kippwinkel) gegen die Horizontale und ihrem Halbachsen-Verhältnis q bestimmt. Aus der Gleichung der Bahnkurve werden die Gleichungen für $\tan \vartheta$ und q abgeleitet und berechnet. Die Gleichungen zeigen, daß mit den am meisten eingesetzten

Zwei-Spulen-Meßgeräten der Tangens des Ellipsen-Kippwinkels, $\tan \vartheta$, und das Ellipsen-Halbachsen-Verhältnis q gemessen werden. Der quantitative Zusammenhang zwischen den Meßgrößen und dem gemessenen physikalischen Vorgang wird formuliert: Die Meßgrößen geben das vertikale anomale Magnet-Wechselfeld Z in bezug auf das Normal-Wechselfeld ($H_2 \ll H_{y0}$) nach Real- und Imaginär-Teil vollständig an. Bei unvollständiger Kopplung, d.h. das Normal-Wechselfeld schwingt in spitzem Winkel ϕ_1 ($0^\circ < \phi_1 < 90^\circ$) zum Streichen des elektrisch leitenden Gesteinskörpers, sind der Tangens des Kippwinkels und das Halbachsen-Verhältnis um den Faktor $\sin \phi_1$ kleiner. Da bei den Zwei-Spulen-Geräten beide Spulen starr rechtwinklig angeordnet sind, war eine Betrachtung konstruktionsbedingter systematischer Meßabweichungen erforderlich, die bei Messungen mit dieser Geräte-Version auftreten können. Mit einer kurzen Beschreibung der elektronischen Konzeption und Schaltung des Zwei-Spulen-Gerätes schließt dieser Teil der Dissertation.

Der Einfluß der Geländeform auf die Kippwinkel ($\tan \vartheta$)- und Halbachsen-Verhältnis (q)-Messungen wird an zwei repräsentativen Meßbeispielen aus dem NW-Harz vorgestellt. Die physikalischen Erscheinungen der Beugung, Streuung und Reflexion werden ausführlich im Hinblick darauf diskutiert, welchen Anteil sie an dem gemessenen Effekt haben. Die an den natürlichen Oberflächenformen der Erde auftretenden Beugungs- und Streuungsfelder von Längstwellen sind so schwach (1 - 2 % des Freiraum-Wertes der Feldstärke), daß sie die beobachtete Beeinflussung nicht verursachen können. Dagegen sind aber die an einem Hang reflektierten Feldanteile fast ebenso stark wie das einfalende elektromagnetische Feld.

Ausschlaggebend für das Auftreten des Geländeform-Einflusses ist die Orientierung des magnetischen Normal-Wechselfeldes zum Streichen der Geländeerhebung, das durch den Verlauf der Höhenlinien (Isohypsen) wiedergegeben wird.

Liegt der Vektor des horizontalen magnetischen Normalfeldes im Streichen der Isohypsen, findet keine Reflexion des magnetischen Normalfeldes statt, und die Messungen bleiben von der Geländeform unbeeinflusst. In allen übrigen Fällen existiert eine senkrecht zu den Isohypsen schwingende magnetische Normalfeld-Komponente, die an der Hangebene reflektiert wird. Die durch die Reflexion hervorgerufene vertikale Magnet-Wechselfeld-Komponente Z_r , die sich in Amplitude und Phase vom Normal-Wechselfeld unterscheidet, ist als Ursache des Geländeform-Einflusses anzusehen, denn das resultierende Interferenzfeld ist wegen ihres Auftretens elliptisch polarisiert. Dieses magnetische Hang-Drehfeld wird mit den Fresnel'schen Reflexionskoeffizienten berechnet. Es ist durch einen besonderen Wellen-Typ, den der Oberflächen-Welle, gekennzeichnet. Der Tangens des Kippwinkels, $\tan \vartheta_{\text{top}}$, und das Halbachsen-Verhältnis q_{top} der magnetischen Hang-Drehfeld-Ellipse werden bestimmt, letzteres unter Zuhilfenahme der Phasenbeziehung der vertikalen zur horizontalen Komponente einer Oberflächen-Welle. Bei bekanntem Auftreffwinkel der elektromagnetischen Welle können mittels eines erstellten Diagrammes die Größen des Hang-Drehfeldes, $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} , ermittelt werden.

Der Einfluß der Gesteinsleitfähigkeit σ auf die Hang-Polarisationsellipse wird untersucht. Da im Längstwellen-Bereich bei einer Leitfähigkeit $\sigma > 10^{-3}$ S/m der Betrag r des Reflexionsvermögens stets 1 ist, sind auch die Ellipsengrößen $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} von Änderungen der Leitfähigkeit unabhängig. Ist $\sigma < 10^{-4}$ S/m, reagiert die Hang-Drehfeld-Ellipse mit abnehmender Leitfähigkeit immer empfindlicher auf Änderungen von σ und r .

Die theoretisch abgeleiteten Ellipsengrößen, $\tan \vartheta_{\text{top}}$ und q_{top} , werden an den oben genannten Meßbeispielen aus dem NW-Harz mittels Differenzen-Bildung $\Delta \vartheta = \tan \vartheta - \tan \vartheta_{\text{top}}$ und $\Delta q = q - q_{\text{top}}$ überprüft. Die Rechenwerte stimmen mit den Meßdaten zufriedenstellend überein, sofern die Hangnei-

gung auf kurzen Hangstrecken einen Winkel von ca. 10° ($\tan \vartheta \approx 17\%$) nicht überschreitet.

Die Methode der Differenzen-Bildung wird im letzten Teil der Dissertation, der den experimentellen Arbeiten gewidmet ist, an einigen Meßbeispielen aus Niedersachsen und Brasilien angewandt. Sie erleichtert das Erkennen und Lokalisieren der gesuchten, von lateralen Leitfähigkeits-inhomogenitäten des Untergrundes hervorgerufenen Anomalien des Längstwellenfeldes. Die verschiedenen Einsatzmöglichkeiten der diskutierten Meßmethode, Ortung sulfidischer und nicht-sulfidischer Vererzungen, Erfassen von Schichtgrenzen und Störungen, werden mit mehreren Beispielen belegt. So wurde z.B. über dem Blei-Zink-Sulfid-Vorkommen des Rammelsberges bei Goslar am Harz eine deutliche Anomalie des Längstwellenfeldes gemessen. Nachteilig ist, daß sich Anomalien, die durch Mineralisationen bedingt sind, und Anomalien, die lediglich auf laterale Änderungen der Boden- und Gesteinsleitfähigkeit zurückgehen, nicht nach Real- und/oder Imaginär-Teil unterscheiden lassen. Eine weitere, bisher noch nicht genutzte Anwendungsmöglichkeit der Methode der Induktion mittels künstlicher EM-Längstwellen, besteht in der Lokalisierung von untertage verlegten Wasser-, Telefon- oder Elektrizitätsleitungen, die sich mit Dezimeter-Genauigkeit auffinden lassen.

Literatur

- AL'PERT, I.L.: Radio wave propagation and the ionosphere, vol. 2: Propagation of electromagnetic waves near the Earth.- Consultants Bureau, New York - London, 1974.
- BARRINGER RESEARCH LTD.: Operational report on airborne resistivity E-Phase surveys over four areas in the Northwest Territories for the Dept. of Energy, Mines & Resources, Geological Survey of Canada.- Toronto/Ontario, 1973.
- BEBLO, M.: Die elektrische Leitfähigkeit unter den Ostalpen, abgeleitet aus magnetotellurischen Messungen längs eines Profils vom Alpennordrand bis zu den Hohen Tauern.- Diss. Fak. f. Geowiss. Univ. München, 1974.
- BECKER, K.-D.: Ausbreitung elektromagnetischer Wellen.- Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1974.
- BECKER, R., F. SAUTER: Theorie der Elektrizität, Bd. 1: Einführung in die Maxwellsche Theorie, Elektronentheorie, Relativitätstheorie.- 18. Aufl., B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1964.
- BENTZ, A. (Hrsg.): Lehrbuch der Angewandten Geologie, Bd.1: Allgemeine Methoden.- Ferdinand Enke Verlag, Stuttgart, 1961.
- BERGMANN, L., C. SCHAEFER: Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 2: Elektrizität und Magnetismus.- 6. Aufl., Walter de Gruyter, Berlin - New York, 1971.
- BEURLIN, K.: Geologie von Brasilien.- Beiträge zur Regionalen Geologie der Erde, Bd. 9; Gebr. Bornträger, Berlin - Stuttgart, 1970.
- BIONDI & TORU: Planta do relatório de pesquisa - "Lagôa d'Anta", município de Caetité, estado da Bahia.- Mineração Urandi - BA, 1971.
- BITTERLICH, W., H. WÖBKING: Geoelektronik.- Springer-Verlag, Wien - New York, 1972.
- BOSSCHART, R.A.: Ground electromagnetic methods.- Mining and groundwater geophysics; Economic geology report no.26, Geological Survey of Canada, Dept. of Energy, Mines & Resources, Ottawa/Ontario, 1969.
- BRONSTEIN, I.N., K.A. SEMENDJAJEW: Taschenbuch der Mathematik.- 5. Aufl., Verlag Harri Deutsch, Zürich - Frankfurt/Main, 1965.

- COLLETT, L.S., A. BECKER: Radioohm method for Earth resistivity mapping.- Kanadisches Patent Nr. 795 919, Ottawa/Ontario, 1968.
- CONEY, D.P.: Model studies of the VLF-EM method of geophysical prospecting.- Geoexploration 15 (1): 19-35, Amsterdam, 1977.
- EBERLE, D.: Magnetik- und VLF-Übersichtsvermessung am Ramelsberg in den Abteilungen 57, 61-63 und 75 des Stadtförstes Goslar.- Unveröffentlichter Bericht des Niedersächsischen Landesamtes für Bodenforschung, Archiv-Nr. 58 880, Hannover, 1975a.
- EBERLE, D.: Bericht über magnetische und elektromagnetische (V.L.F.-) Messungen im Gebiet Goslar-Langelsheim-Innerstausee-Hahnenklee.- Unveröffentlichter Bericht der Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe, Archiv-Nr. 67 272, Hannover, 1975b.
- FRASER, D.C.: Contouring of VLF-EM data.- Geophysics 34 (6): 958-967, Tulsa/Oklahoma, 1969.
- FRASER, D.C., S.H. WARD: Conduction of electricity in rocks.- Mining Geophysics, vol. 2: Theory; Society of Exploration Geophysicists, Tulsa/Oklahoma, 1967.
- GEONICS LTD.: EM 16 VLF electromagnetic unit operating manual.- Toronto/Ontario, 1974.
- GEONICS LTD.: EM 16 R (radioohm) two-layer interpretation curves.- Technical note TN-1, Toronto/Ontario, 1975.
- GRANT, F.S., G.F. WEST: Interpretation theory in applied geophysics.- McGraw-Hill Book Company, New York - Toronto - London - Sydney, 1965.
- GREINWALD, S.: Zur Erkundungstiefe von EM-Geräten.- Unveröffentlichter Vermerk an die Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe, Toronto/Ontario, 1975.
- GRISSEMANN, C.: Untersuchung der komplexen Leitfähigkeit und Dielektrizitätskonstanten erzhaltiger Gesteine an Gesteinsmodellen.- Diss. Philosoph. Fak. Univ. Innsbruck, 1971.
- GROSSKOPF, J.: Wellenausbreitung.- B.I. Hochschultaschenbücher 141/141a und 539/539a, Mannheim - Wien - Zürich, 1970.
- HAAK, V.: Berechnung von induzierten elektrischen und magnetischen Feldern in Modellen mit zwei-dimensional verteilter Leitfähigkeit.- Protokoll über das Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung" in Grafrath b. München, Inst. f. Angew. Geophysik, Univ. München, 1974.

- HAGEN, D., H.-J. ULRICH: Geophysikalische, geochemische und geologische Untersuchungen im Gebiet Tijuco - Januária, Minas Gerais, Brasilien.- Unveröffentlichter Bericht der Deutschen Geologischen Geophysikalischen Mission, Belo Horizonte, 1974.
- HAGEN, D., P. RICHTER, H.-J. ULRICH: Geophysikalisch-geochemische Untersuchungen im Gebiet Pitangui, Bereich Rio Pará 1, Minas Gerais.- Unveröffentlichter Bericht der Deutschen Geologischen Geophysikalischen Mission, Belo Horizonte, 1974.
- HANNAK, W.: Die Rammelsberger Erzlager.- Erläuterungen zu Blatt 4128 Clausthal-Zellerfeld, Geol. Kt. Niedersachsen 1 : 25 000; Niedersächsisches Landesamt für Bodenforschung, Hannover, 1971.
- HEILAND, C.A.: Geophysical Exploration.- Hafner Publishing Company, Inc., New York, 1963.
- HEILMANN, A.: Antennen.- B.I. Hochschultaschenbücher 140/140a, Mannheim - Wien - Zürich, 1970.
- HINZE, C.: Bericht über eine geologische Kartierung im Gebiet zwischen Gose-Tal - Weiße-Hirscher-Gang - Wolfshagen und dem nördlichen Harzrand.- Unveröffentlichter Bericht des Niedersächsischen Landesamtes für Bodenforschung, Archiv-Nr. 9322, Hannover, 1970.
- HINZE, C., mit Beitr. von DUPHORN, K., W. HANNAK, B. HEINEMANN, A. HERRMANN, F. HERRMANN: Erläuterungen zu Blatt Clausthal-Zellerfeld Nr. 4128.- Geol. Kt. von Niedersachsen 1 : 25 000, Niedersächsisches Landesamt für Bodenforschung, Hannover, 1971.
- HUMMEL, J.N.: Die Dielektrizitätskonstante der Gesteine.- In: REICH, H., R. v. ZWERGER (Hrsg.): Taschenbuch der Angewandten Geophysik; Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1943.
- JAHNKE, E., F. EMDE, F. LÖSCH: Tafeln höherer Funktionen.- 7. Aufl., B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1966.
- KELLER, G.V., F.C. FRISCHKNECHT: Electrical methods in geophysical prospecting.- International series of monographs in electromagnetic waves, vol. 10; Pergamon Press, Oxford - New York - Toronto - Sydney - Braunschweig, 1966.
- KERTZ, W.: Einführung in die Geophysik, Bd. 1: Erdkörper.- B.I. Hochschultaschenbücher 275/275a, Mannheim - Wien - Zürich, 1969.

- KETOLA, M., M. PURANEN: Type curves for the interpretation of Slingram (horizontal loop) anomalies over tabular bodies.- Report of investigations no. 1, Geological Survey of Finland, Otaniemi, 1967.
- KLEIN, R.: Einfluß von Stollenhöhlräumen und Inhomogenitäten auf die Ausbreitung von elektromagnetischen Langwellen durch leitfähiges Medium.- Diss. Philosoph. Fak. Univ. Innsbruck, 1972.
- KOHLRAUSCH, F.: Praktische Physik, Bd. 2: Elektrizität und Magnetismus.- 22. Aufl., B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1968.
- KU, C.C., M.S. HSIEH, S.H. LIM: The topographic effect in electromagnetic fields.- Can. J. Earth Sci. 10, 645-656, 1973.
- KUNETZ, G.: Principles of direct current resistivity prospecting.- Geoeexploration Monographs, Series 1, No. 1; Gebr. Bornträger, Berlin - Stuttgart, 1966.
- KRAUME, E.: Die Erzlager des Rammelsberges bei Goslar.- Beih. Geol. Jb. 18, Monographien der deutschen Blei-Zink-Erzlagerstätten 4, Hannover, 1955.
- MADDEN, T.R., K. VOZOFF: Explanatory booklet VLF model suite.- Lexington/Massachusetts, 1971.
- MOHR, K.: Harz, westlicher Teil.- Sammlung geologischer Führer, Bd. 58; Gebr. Bornträger, Berlin - Stuttgart, 1973.
- NIGGLI, P.: Gesteine und Minerallagerstätten, Bd. 1: Allgemeine Lehre von den Gesteinen und Minerallagerstätten.- Mineralogisch-Geotechnische Reihe, Bd. III; Verlag Birkhäuser, Basel, 1948.
- PAAL, G.: Very low frequency measurements in Northern Sweden.- Geoeexploration 6 (2): 141-149, Amsterdam, 1968.
- PATERSON, N.R., V. RONKA: Five years of surveying with the VLF-E.M. method.- Vortr., Society of Exploration Geophysicists - Tagung 1969.
- PHILIPS, W.J., W.E. RICHARDS: A study of the effectiveness of the VLF method for the location of narrow-mineralized fault zones.- Geoeexploration 13 (3): 215-226, Amsterdam, 1975.
- PICQUENARD, A.: Radio wave propagation.- Philips Technical Library; Macmillan Press Ltd., London, 1974.

- PUTZER, H.: Metallogenetische Provinzen in Südamerika.-
E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart,
1976.
- REITMAYR, G.: Elektromagnetische Induktion im Erdinnern,
studiert am Rheingraben.- Diss. Fak. f. Geowiss. Univ.
München, 1974.
- RÖSSIGER, M.: Physikalische Eigenschaften der Sediment-
und Eruptivgesteine: Suszeptibilität.- In: REICH, H.,
R. v. ZWERNER (Hrsg.): Taschenbuch der Angewandten
Geophysik; Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig,
1943.
- RONKA, V.: Interpretation hints for the VLF-electromagnetic
system.- Vortr., C.I.M.-Jahrestagung 1972, Ottawa/Ontario.
- SCHMIDT, W.E.: Das Rammelsberger Lager, sein Nebengestein,
seine Tektonik und seine Genesis.- Z. f. d. Berg-,
Hütten- und Salinenwesen. 81: 247-270, Berlin, 1933.
- SCHMUCKER, U.: Interpretation of induction anomalies above
nonuniform surface layers.- Geophysics 36 (1): 156-165,
Tulsa/Oklahoma, 1971.
- SCINTREX LTD.: Scopas VLF receiver SE-80 operating manual.-
Concord/Ontario, 1971.
- SENGPIEL, K.-P.: VLF-Messungen im Raume Goslar-Hahnenklee.-
Unveröffentlichter Bericht des Niedersächsischen Landes-
amtes für Bodenforschung, Hannover, 1972.
- SPERLING, H.: Geologische Kartierung im Gebiet SW Goslar.-
Interne Arbeitsunterlage der Grube Rammelsberg, Goslar,
1968.
- U.S. NAVAL OBSERVATORY: Time service publication, series 1,
no. 3.- Washington/D.C., 1976.
- VILBIG, F.: Lehrbuch der Hochfrequenztechnik, Bd. 1.-
Akademische Verlagsgesellschaft m.b.H., Frankfurt/Main,
1960.
- VOGELSANG, D.: Bericht über montangeophysikalische Unter-
suchungen Rammelsberg West.- Unveröffentlichter Bericht
des Niedersächsischen Landesamtes für Bodenforschung,
Archiv Nr. 58 866, Hannover, 1975.
- WARD, S.H.: Airborne electromagnetic methods.- Mining and
groundwater geophysics; Economic geology report no. 26,
Geological Survey of Canada, Dept. of Energy, Mines &
Resources, Ottawa/Ontario, 1969.
- WHITTLES, A.B.: Prospecting with radio frequency EM-16
in mountainous regions.- Western Miner 42: 51-56,
Vancouver/B.C., 1969.

Danksagungen

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. G. Angenheister, Direktor des Institutes für Allgemeine und Angewandte Geophysik der Universität München, gilt mein erster und besonderer Dank. Obwohl sich wegen der großen Distanz zwischen München und Brasilien der Meinungs-austausch auf briefliche Kontakte und einige wenige Besuche im Münchener Institut beschränken mußte, war Herr Prof. Dr. G. Angenheister stets bereit, diese Arbeit zu betreuen. Allein dank seiner Förderung und Anleitung konnte ich die Dissertation anfertigen.

Herrn Prof. Dr. H. Soffel danke ich sehr für die kritische Durchsicht der Arbeit, die verschiedene Verbesserungen ergab und etliche versteckte Unklarheiten zu bereinigen half.

Den Herren Dipl.-Geophysikern Dr. A. Berkthold und Dr. V. Haak von der Institutsarbeitsgruppe "Magneto-Tellurik" sei herzlich für die nützlichen Randbemerkungen am Manuskript und die sich daran anknüpfenden Gespräche gedankt, die so manchen in dieser Arbeit geäußerten Gedanken korrigiert haben.

Herrn Dipl.-Geophysiker Dr. K. Kemmerle von der gleichen Arbeitsgruppe schulde ich erheblichen Dank für das Einreichen der Arbeit beim Fachbereich.

Sehr herzlich sei Herrn Dipl.-Physiker Dr. C. Grisse-mann (BGR) für seine eingehende Durchsicht der Arbeit gedankt. Aus den in Brasilien und Hannover freundschaftlich und kritisch geführten Diskussionen resultierten wertvolle Anregungen.

Die Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe (BGR) stellte mir freundlicherweise den größten Teil der Meßbeispiele und für Wiederholungsmessungen ein Meßgerät "Geonics EM 16" zur Verfügung.

Allen Kollegen, die mir bei den Meßarbeiten behilflich gewesen sind, möchte ich vielmals danken.

Den Zeichnerinnen des "Centro de Geofísica Aplicada", Fräulein H.S. Silva und M. Polônio, sei für die Anfertigung der Zeichnungen des dritten Abschnittes gedankt.

Lebenslauf

Am 17.02.1943 wurde ich als Sohn des Lackchemikers Gerhard Eberle und seiner Frau Charlotte, geb. Zoschke, in Berlin geboren. Nach der Grundschulzeit 1949 - 1955 in Berlin-Mariendorf besuchte ich bis 1957 die dortige Oberschule, danach bis 1959 das Neusprachliche Gymnasium in Hemer, Krs. Iserlohn, und anschließend das Ratsgymnasium Goslar/Harz. Hier schloß ich 1963 die Schulzeit mit dem Erwerb des Reifezeugnisses ab. Im SS 1965 begann ich das Studium der Geophysik an der Technischen Universität Clausthal-Zellerfeld und bestand dort im WS 1967/68 die Diplom-Vorprüfung. Zum WS 1968/69 wechselte ich an die Universität München, an der ich im SS 1971 die Diplom-Hauptprüfung im Fach Geophysik ablegte. Seit 1971 bin ich wissenschaftlicher Angestellter der Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe und arbeite an der Planung, Durchführung und Interpretation boden- und luftgeophysikalischer Untersuchungen, insbesondere solcher mit elektromagnetischen und magnetischen Verfahren. Vor zwei Jahren wurde ich zur Deutschen Geologisch-Geophysikalischen Mission Belo Horizonte - MG/Brasilien abgeordnet, wo ich seitdem die brasilianischen Mitarbeiter des "Centro de Geofísica Aplicada" bei geophysikalischen Prospektionsarbeiten unterstütze. Herr Prof. Dr. G. Angenheister ermöglichte mir unter seiner Anleitung die Anfertigung der vorliegenden Dissertation.

